LES INVENTAIRES PAR ÉCHANTILLONNAGE SYSTÉMATIQUE LE LONG DES LIGNES DE NIVEAU

J. BOUCHON

avec la collaboration technique de M. TISSERAND

*Station de Sylviculture et Production,
Centre national de Recherches forestières, 54 - Nancy
Institut national de la Recherche agronomique*

SOMMAIRE

On expose dans cet article les résultats d'une étude demandée pour l'Administration des Eaux et Forêts en 1963, visant à trouver une méthode d'échantillonnage *pratique* pour les forêts situées dans des terrains *très accidentés*. L'obstacle le plus important étant la pente, on a pensé qu'un échantillonnage le long des lignes de niveau serait moins fatigant. La méthode préconisée donne de bons résultats pour des pentes moyennes supérieures à 16°.

INTRODUCTION

Traditionnellement, on considère bien souvent en France que pour connaître l'étendue de ses richesses, on doit en faire un inventaire complet ; les forestiers par vocation et par formation n'échappent pas à la règle. Il est urgent de savoir distinguer les traditions vénérables des mauvaises habitudes. Expliquons-nous : un inventaire complet de forêt donne au mieux un biais de - 5 à - 7 % en moyenne ; cet écart correspond à l'erreur maximum que l'on commet dans une forêt de 100 ha en ne mesurant que 8 % des arbres ; de plus, dans ce dernier cas, non seulement on a une estimation de la borne supérieure de l'erreur, mais, chaque fois que dans nos expériences des vérifications ont été faites, parce que l'écart entre inventaire complet et échantillonnage n'était pas tolérable, elles ont donné tort au premier. Enfin, et c'est beaucoup plus grave, si les estimations de production ne s'écartent guère plus de 10 à 15 % de la réalité dans les échantillonnages, dans une forêt ayant 300 m³ sur pied et produisant 6 m³/ha/an si, lors d'un inventaire complet on fait une erreur de + 5 % sur le volume et 10 ans plus tard de - 5 %, on commet une erreur de 50 % sur l'estimation de la production (BOUCHON, 1966 ; DECOURT, 1966). Terminons en signalant

rapidement d'autres avantages des échantillonnages : rapidité (environ 4 fois plus rapide que l'inventaire en plein), possibilité d'établir des cartes de la végétation, des sols, des types de peuplements, etc., sans perte de temps supplémentaire.

Le bilan est facile à faire lorsque l'une des colonnes est vide, et l'on comprend que les méthodes d'échantillonnage commencent à se développer ; cependant, une difficulté surgit : aucune de ces méthodes n'est universelle. C'est ainsi que depuis 7 ans la recherche forestière tente d'adapter un procédé au cas particulier des forêts situées dans des terrains très accidentés (CONSIGNY, 1961 ; LANLY, 1962 ; RINVILLE, 1964). C'est le résultat de ces travaux qui est exposé ci-dessous, et dans les nombreuses annexes qui seront nécessaires à ceux qui voudraient utiliser la méthode.

1. — PRINCIPE DES INVENTAIRES LE LONG DES LIGNES DE NIVEAU

1.1. — *Problème*

Les inventaires par échantillonnage systématique sont rendus très difficiles par les fortes pentes ; même lorsqu'on emploie une grille de points à maillage hexagonal, on ne peut éviter entre chaque placette les montées et descentes continuelles, cause de fatigue, donc de perte de temps. J.P. LANLY, dans une étude non publiée, faite au cours d'un stage à la Station de Sylviculture et de Production de la Recherche forestière française, pensa qu'on pouvait pallier cet inconvénient en suivant les lignes de niveau au lieu de suivre des cheminements rectilignes. Cela, évidemment, soulève un problème de taux d'échantillonnage.

Si l'on plante des placettes de surfaces constantes, les portions de terrain à forte pente seront mieux représentées que les autres, car les lignes de niveau y sont plus rapprochées en projection horizontale (fig. 1).

FIG. 1.

1.2. — *Solution proposée par J.P. LANLY*

Soit h la dénivelée entre deux lignes de niveau consécutives. Plaçons sur ces courbes des points A_i éloignés d'une distance l et faisons correspondre à chaque point la surface quadrangulaire comprise entre les lignes de niveau $(H-h/2)$ et $(H+h/2)$ et de longueur l constante. La surface de ce rectangle en projection horizontale sera $B_i = l_i \cdot l$

$$\text{avec } l_i = h \cotg \alpha_i$$

α_i étant la pente du terrain au point A_i considéré

$$\text{d'où : } B_i = hl \cotg \alpha_i$$

Pour résoudre le problème, il suffit donc d'implanter des placettes dont la surface sera proportionnelle à la cotangente de la pente au point de stationnement.

FIG. 2.

Dans la suite de cet article, nous appellerons inventaire classique la méthode mise au point par J. PARDÉ (1957-1960) et inventaires par lignes de niveaux la nouvelle méthode que nous nous proposons d'étudier.

1.3. — *Principe de la méthode*1.31. *Dénivelée entre lignes de cheminement successives*

Soit N le nombre de placettes à asseoir par hectare ; la moyenne des surfaces B_i définies en 1.2. devra être égale à $\frac{10^4}{N}$.

$$\bar{B} = hl \cotg \alpha = \frac{10^4}{N} \quad \text{en m}^2.$$

Si l'on veut que ces surfaces quadrangulaires soient « en moyenne » carrées, comme l et h sont des constantes, on devra avoir :

$$l = h \cotg \alpha = \frac{10^2}{N}.$$

Ainsi, si l'on veut implanter 1 point par hectare, la dénivelée h entre deux lignes de cheminements successives sera :

$$h = \frac{100}{\overline{\cotg \alpha}}$$

où $\overline{\cotg \alpha}$ est la moyenne des $\cotg$ des pentes aux divers points de stations.

1.32. Surface des placettes

Soit M ha la surface de la forêt. Le nombre de placettes assises est donc $M \cdot N$. Soit b_i la surface de la placette au point de pente α_i ; on a :

$$b_i = k_i B_i = k \cotg \alpha_i \quad (\text{en m}^2)$$

où k_i et k sont des constantes.

Soit f le taux d'échantillonnage désiré⁽¹⁾ ; on aura :

$$f = \frac{\sum b_i}{10^4 M} = \frac{N \bar{b}}{10^4}$$

où $\bar{b}$ est la moyenne des surfaces b_i . On doit donc avoir :

$$\bar{b} = \frac{10^4 f}{N} = k \overline{\cotg \alpha} \quad (2) .$$

Par exemple :

Si $N = 1$ point par hectare

$$k = \frac{10^4}{\overline{\cotg \alpha}} \quad (\text{en m}^2) .$$

Par la suite, nous conserverons cette valeur $N = 1$ point, mais le raisonnement n'en restera pas moins général.

1.33. Ecartement entre les voyants de la mire

On a décidé pour asseoir les placettes de conserver la méthode classique utilisant une mire à voyants cylindriques coulissants et le dioptré d'un Blume-Leiss.

⁽¹⁾ Pour la détermination de ce taux d'échantillonnage, cf : LANLY J.P. : détermination du taux d'échantillonnage... Annales de l'E.N.E.F., 1963, pp. 291-304.

⁽²⁾ $\overline{\cotg \alpha}$ est évidemment la moyenne des $\cotg \alpha_i$ de même que $\bar{\alpha}$ est la moyenne des pentes α_i et $\cotg \bar{\alpha}$ est la $\cotg$ de la pente moyenne, etc.

L'écartement entre les voyants de la mire est alors donné par :

$$d = 0,023\,936\,5 \sqrt{\frac{K}{\sin 2\alpha}} \quad (\text{en m})$$

(pour le calcul, cf. annexe 1)

Si $f = 5\, \% = 0,05$, on aura :

$$d = \frac{0,535\,236}{\sqrt{\cotg \alpha \sin 2\alpha}} \quad (\text{en m}) .$$

Remarque.

Si l'on veut implanter les placettes au cordeau, il faut installer sur le terrain des cercles de rayon $\sqrt{\frac{k}{\pi \sin \alpha}}$; en projection horizontale on retrouve bien la surface $k \cotg \alpha$.

1.4. — Résumé

Les surfaces des placettes d'échantillonnages sont de la forme :

$$b = k \cotg \alpha \qquad k = \frac{10^4 f}{\cotg \alpha} \quad (\text{en m}^2)$$

où k est une constante pour une portion de forêt considérée, dépendant du taux d'échantillonnage f ;

α est la pente du terrain au point de station ;

$\overline{\cotg \alpha}$ est la moyenne des $\cotg \alpha$.

L'écartement d entre les voyants de la mire est donné par :

$$d = 0,023\,936\,5 \sqrt{\frac{k}{\sin 2\alpha}} \quad (\text{en m}) .$$

Si l'on veut implanter un point par hectare, et avoir une distance de 100 m, le

long du cheminement entre chaque point, la dénivelée entre chaque ligne de niveau parcourue sera :

$$h = \frac{100}{\cotg \alpha} \quad (\text{en m}) .$$

2. — EXPÉRIENCE

Pour tester cette nouvelle méthode, nous avons choisi 4 parcelles (33 à 36) de la forêt communale de la Bollène-Vésubie (Alpes-Maritimes). Nous y avons fait un inventaire classique, un inventaire par ligne de niveau et le Service local a fait l'inventaire complet : la superficie de ces 4 parcelles est d'environ 107 ha.

2.1. — Travail préparatoire

Une lecture attentive de la première partie montre que tout inventaire par ligne de niveau doit débiter par la détermination *a priori* de la moyenne des cotangentes des pentes aux points échantillonnés.

2.11. Détermination de $\overline{\cotg \alpha}$

Remarques préliminaires.

a) On pense pouvoir évaluer $\overline{\cotg \alpha}$ par des mesures directes sur la carte de la forêt à inventorier. Cette hypothèse étant acceptée, il reste à trouver la méthode la plus pratique.

b) Supposons qu'on fasse une erreur sur la détermination de $\overline{\cotg \alpha}$: soit $\overline{\cotg \alpha}$ la moyenne des $\cotg \alpha$ et soit $\overline{\cotg \alpha}$ la valeur estimée.

$$\begin{aligned} \text{On aura :} \quad b &= \frac{10^4 f}{\overline{\cotg \alpha}} \cotg \alpha \\ B &= h \cdot l \cotg \alpha \\ \bar{b} &= 10^4 f \frac{\overline{\cotg \alpha}}{\cotg \alpha} \\ \bar{B} &= h \cdot l \cotg \alpha = 10^4 \frac{\overline{\cotg \alpha}}{\cotg \alpha} \\ \frac{\bar{b}}{\bar{B}} &= f \text{ taux d'échantillonnage désiré.} \end{aligned}$$

Une erreur sur la détermination de $\overline{\cotg \alpha}$ n'entraîne pas d'erreur sur le taux d'échantillonnage : il n'est donc pas nécessaire de déterminer $\overline{\cotg \alpha}$ avec une extrême précision.

La première méthode employée consistait à tracer « à l'œil » une ligne AA' de plus grande pente dans chaque parcelle, à déterminer la cotangente de l'angle de cette droite avec le plan horizontal par mesure sur la carte, et à faire la moyenne de ces valeurs pour la forêt.

Cette méthode donne un résultat biaisé : en effet, on estime $(\cotg \alpha)_{AA'}$ par

$$(\cotg \alpha)_{AA'} = \frac{AA'}{n\Delta} = \frac{\sum C_i C_{i+1}}{n\Delta}$$

or $\frac{C_i C_{i+1}}{\Delta}$ n'est que la cotangente apparente de la pente au point A_i . β_i est en projection horizontale, l'angle de AA' avec la normale à la ligne de niveau en A_i , on a en réalité :

$$\cotg \alpha_i = \frac{C_i C_{i+1}}{\Delta} \cdot \cos \beta_i$$

La valeur exacte de $(\cotg \alpha)_{AA'}$ est donc :

$$(\cotg \alpha)_{AA'} = \cotg \alpha_i = \frac{\sum C_i C_{i+1} \cos \beta_i}{n \Delta}$$

En prenant comme estimation $\frac{\sum C_i C_{i+1}}{n \Delta} = \frac{AA'}{n \Delta}$

on biaise positivement l'estimation de $\cotg \alpha$, donc négativement l'angle correspondant.

FIG. 3.

Exemple.

On a mesuré dans les quatre parcelles des lignes telles que AA' . On affecte les poids 1/2 aux points A et A' et 1 aux autres points. Rappelons que $C_i C_{i+1}$ donne directement la valeur de la cotangente sur une carte au 1/5 000 avec des équidistances de 50 m, si $C_i C_{i+1}$ est perpendiculaire aux lignes de niveau.

TABLEAU 1

	Point		$C_i C_{i+1}$	β_i	$\cotg \alpha_i$
	A	1/2	1,40	8°	1,386
Parcelle 33	A_1	1	1,50	7°	1,489
	A_2	1	1,50	21°	1,400
	A_3	1	1,65	34°	1,368
	A_4	1	1,40	39°	1,088
	A_5	1	1,10	39°	0,855
	A_6	1	1,50	11°	1,472
	A'	1/2	1,95	12°	1,907
Σ		7	10,40		9,318
cotg moyenne			1,486		1,331
angle correspondant			34°		37°

Le tableau 1 donne le calcul complet pour la parcelle 33.

Nous ne reporterons pas les 3 autres tableaux. Voici les résultats globaux (tabl. 2).

TABLEAU 2

(1) Parcelle	(2) Nombre de points	(3) $C_i C_{i+1}$	(4) Angle correspondant	(5) $(\cotg \alpha)_{AA'}$	(6) Angle correspondant
33	7	1,48	34°	1,331	37°
34	8	1,488	33°50'	1,346	36°40'
35	8	1,626	31°40'	1,389	35°50'
36	7	1,592	32°10'	1,535	33°05'
Moyennes		1,548	32°50'	1,4015	35°30'

Il apparaît donc une erreur systématique de l'ordre de 3°. Après l'inventaire, on a pu calculer directement $\cotg \alpha = 1,265$, qui correspond à un angle de 38°20'.

Pratiquement : pour déterminer $\cotg \alpha$, et puisque la précision dans ce domaine est superflue, on peut se contenter de relever sur une ligne de pente approximative, dans chaque parcelle, la valeur de $(\cotg \alpha)_{AA'}$; on calcule ensuite la moyenne de ces $\cotg$ et on ajoute 3 à 6° à l'angle correspondant.

2.12. Écartement entre les voyants de la mire

On sait que cet écartement est donné par :

$$d = \frac{K}{\sqrt{\sin 2\alpha}}$$

avec $K = 23,9365 \sqrt{\frac{f}{\cotg \alpha}}$ (en cm)

où f est le taux de prospection et α la pente du terrain au point de station.

Un tableau (cf. annexe 2) donne les valeurs de K en fonction de $\cotg \alpha$ et du taux de prospection f % ; K est une constante pour tout l'inventaire. Une fois qu'elle est déterminée, il suffit de la multiplier par les valeurs $1/\sqrt{\sin 2\alpha}$ du tableau de l'annexe 3 pour avoir la suite des écartements $d(\alpha)$ des voyants de la mire en fonction de la pente α de la station.

2.13. Valeurs trouvées pour l'inventaire en Vésubie

— $\cotg \alpha$

On a employé pour la détermination de cette constante la méthode la plus grossière, expliquée au paragraphe 2.1.1, c'est-à-dire qu'on n'a pas fait les corrections dues aux angles entre les lignes de plus grande pente approchée et normales aux lignes de niveaux. La valeur trouvée figure en colonne (3) du tableau 2.

$$\overline{\cotg \alpha} = \cotg 32^\circ 50'$$

On a pris en fait :

$$\overline{\cotg \alpha} = \cotg 33^\circ$$

— Dénivelée entre deux lignes de cheminement

Cette valeur est obtenue par lecture dans le tableau de l'annexe 2.

On trouve :

$$h = \frac{100}{\cotg 33^\circ} = 64,941$$

On a pris :

$$h = 65 \text{ m}$$

— *Ecartement entre les voyants de la mire :*

La constante lue dans le tableau de l'annexe 2, en face du taux d'échantillonnage choisi 5 %, et dans la colonne $\cotg \alpha = \cotg 33^\circ$ est :

$$K = 43,1325$$

En multipliant cette constante par les valeurs de $1/\sqrt{\sin 2\alpha}$, on a les distances $d(\alpha)$ en cm entre les voyants de la mire en fonction de la pente α au point de station (cf. annexe 4). L'annexe 5 donne les surfaces correspondantes $b(\alpha)$ des placettes d'échantillonnage.

2.2. — Travail sur le terrain

L'expérience a été faite en forêt de la Bollène-Vésubie (Alpes-Maritimes), parcelles 33 à 36, sur une surface de 107,6 ha étagée de 1 000 à 2 000 m (fig. 4). Au sommet, on atteint la limite de la forêt ceci étant dû plus à un effet de crête qu'à l'altitude. Puis, en descendant, on rencontre un peuplement jardiné d'épicéa, sapin, mélèze, qui se régularise de plus en plus pour devenir une sapinière pure ; puis, enfin, sans transition, on pénètre dans un peuplement d'ostrya (*Ostrya carpinifolia*). Remarquons que nous avons opéré sur un versant nord. Les versants sud sont pratiquement nus à ces altitudes.

La réalisation est très simple et nous ne nous y étendrons pas. Nous renvoyons à Pardé (1957). En ce qui concerne le cheminement entre deux points de station, au lieu de parcourir 107,43 m* en ligne droite à l'aide d'une boussole, on fait 100 m le long d'une ligne de niveau en se corrigeant avec un altimètre de poche.

Au bout de chaque virée, on mesure la distance L parcourue depuis le dernier point de station. On descend à la ligne de niveau suivante, et l'on reporte le complément $100 - L$. C'est là qu'on assied la première placette de cette nouvelle virée (fig. 5).**

FIG. 5.

* Correspondant à un maillage losangique dont les pavés ont 1 ha de superficie.

** Pour la détermination du premier point de la première courbe du niveau, on peut décider de commencer à 50 m du périmètre, sur la courbe de niveau se trouvant $\frac{h}{2}$ mètre plus bas que le sommet du versant à échantillonner.

Pour la matérialisation des placettes, nous avons conservé la mire à voyants cylindriques coulissants : il faut simplement prendre le tableau des écartements entre les voyants que nous avons déterminés plus haut à la place du tableau classique valable en plaine et terrain peu accidenté.

Remarque importante : alors que des erreurs sur le cheminement n'ont aucune influence sur la précision de l'inventaire, une erreur sur l'assiette de la placette peut entraîner de graves conséquences ; notamment, il est fréquent que l'opérateur, qui détermine la pente de la station, ait un biais personnel : il devra donc prendre soin d'aller vérifier, en chaque placette, à quel niveau de la mire arrive son œil (niveau qui varie en fonction de l'enfoncement dans le sol) et s'éloigner de 10 à 15 m, suivant la ligne de plus grande pente, pour faire la visée. Il est préférable de faire les mesures du côté aval, car avec le Blume-Leiss, on ne peut mesurer que des pentes de 30° du côté amont.

A titre indicatif, le calcul de l'annexe 6 montre qu'un biais éventuel de 1° sur l'estimation des pentes se traduit par un erreur systématique de 3 % sur l'évaluation des volumes dans le cas de l'inventaire étudié. Or, il n'est pas rare que le biais personnel de l'opérateur dépasse 1°.

On avait pensé, étant donnée la pente du terrain, qu'il serait possible d'alléger le matériel d'inventaire : dans ce but, nous avons, pour 10 placettes, délimité l'échantillon au cordeau. Nous avons dû abandonner cette méthode, car elle occasionne de nombreuses allées et venues du centre vers la limite, causées par la végétation arbustive très abondante, le buis notamment. Une autre méthode, consistant à installer des placettes rectangulaires suivant la ligne de plus grande pente, n'a pas été essayée ; ce procédé, utilisé par l'inventaire forestier national, serait peut-être plus pratique.

Enfin, pour conclure ce paragraphe, disons qu'alors que l'équipe optimale en plaine est composée d'un pointeur et 2 hommes, il semble que dans les conditions très dures, la formation la meilleure comporte un pointeur et 3 hommes. Cependant, aucune étude approfondie n'a été faite sur ce point.

3. — RÉSULTATS

Trois types d'inventaires ont été réalisés dans ces peuplements :

- (c) complet ;
- (h) par échantillonnage classique (à maillage hexagonal) ;
- (l) par ligne de niveaux.

3.1. — Mesures des volumes

En ce qui concerne les inventaires (c) et (h), nous ne nous y attarderons pas (cf. PARDE, 1957-1960). Pour l'inventaire (l), si v_i et b_i sont le volume et la surface de la i^{e} placette, le volume moyen par hectare aura pour estimation :

$$W = \frac{\sum v_i}{\sum b_i} = \frac{\bar{v}}{\bar{b}}.$$

Remarque : les formules que nous donnons pour l'estimation du volume moyen par hectare et pour les calculs d'erreurs ne sont qu'approchées, et ne sont même pas obligatoirement les meilleures si la variance des v_i varie avec b_i (COCHRAN, 1942) ; de plus, notre inventaire n'est ni au hasard si systématique, et les comparaisons faites en 3.12 ne sont guère licites, puisque la formule du paragraphe 3.11 ne donne qu'une limite supérieure de l'erreur. Une meilleure estimation de celle-ci serait obtenue en prenant comme unité de sondage l'ensemble des placettes d'une ligne de niveau, et en calculant la variance comme la somme des carrés des différences de volumes entre lignes successives (LOETSCH, HALLER, 1964, p. 170).

Nous avons choisi ces formules par commodité, parce qu'elles permettent des calculs simples, et qu'elles redonnent les valeurs classiques lorsque b_i est constant.

3.11. Calcul d'erreur pour W

Nous avons adopté la formule approchée reproduite par LOETSCH-HALLER :

pour la variance :

$$s_w^2 = W^2 \left[\frac{s_v^2}{\bar{v}^2} + \frac{s_b^2}{\bar{b}^2} - \frac{2s_{vb}}{\bar{v}\bar{b}} \right]$$

s_v^2 étant la variance des v_i

s_b^2 la variance des b_i

s_{vb} la covariance entre les v_i et les b_i .

Cette formule s'écrit aussi :

$$s_w^2 = \frac{1}{(n-1)\bar{b}^2} (\Sigma v_i^2 - 2W\Sigma v_i b_i + W^2 \Sigma b_i^2) .$$

Pour l'écart type des observations, on a

$$S_w = \sqrt{s_w^2}$$

et l'écart type de la moyenne

$$S_w^- = \sqrt{\frac{(1-f_0)}{n}} s_w^-$$

f_0 étant le taux d'échantillonnage obtenu réellement.

3.12. Comparaison

TABLEAU 3

	Parcelle 33	Parcelle 34	Parcelle 35	Parcelle 36	Total
Surface (ha)	27,8	26	32,5	21,3	107,6
Inventaire complet (c) ..	353 m ³ /ha	293	299	303	310,8
Inventaire par échantillonnage classique (h)	339 { 269 à 409	324 { 268 à 380	266 { 209 à 323	307 { 235 à 379	306,8 { 276,2 à 337,5
Inventaire par ligne de de niveau (l)	327 { 269 à 384	340 { 260 à 420	343 { 286 à 399	304 { 236 à 374	329,9 { 298,7 à 361,1

Les chiffres derrière accolade représentent l'intervalle de confiance au seuil de 95 %.

Le tableau 3 montre qu'aucune différence n'est significative au seuil de 95 % entre les échantillonnages et l'inventaire complet considéré arbitrairement comme

parfaitement exact. Un calcul rapide montre également qu'il n'y a pas de différence significative entre les résultats des deux échantillonnages. Il conviendrait d'augmenter de 3 à 6 m³ les résultats de l'inventaire par échantillonnage classique, celui-ci ayant été fait 1 an avant les deux autres.

3.13. Stratification

On peut réduire l'erreur en faisant une stratification. On remarque, en effet, sur le terrain, que les ravins et les hauts de versants sont complètement déboisés et on peut regrouper les points faits sur ces emplacements en une strate de très faible densité. Le calcul est fait en annexe 7 et le tableau 4 montre le gain apporté sur l'erreur.

TABLEAU 4
Gain dû à la stratification

	Inventaire classique	Inventaire par ligne de niveau
Ancienne erreur à craindre	10,0 %	9,5 %
Erreur à craindre après stratification.....	7,6 %	7,4 %
Intervalle de confiance	283,5 à 330,1	305,5 à 354,4 m ³ /ha

Notons que la valeur donnée par l'inventaire complet : 310, 8 m³/ha reste comprise dans ces deux nouveaux intervalles ; l'erreur sur le volume moyen par hectare est fortement diminuée, mais les points de chaque strate ne sont pas attachés à des surfaces déterminées, puisqu'ils sont localisés dans les ravins et sur la ligne de crête : on ne peut donc poursuivre le calcul pour passer aux volumes totaux.

On peut donc admettre que cette nouvelle méthode donne des résultats satisfaisants : l'erreur n'est pas plus grande que celle faite par l'inventaire classique et les résultats obtenus ne sont pas significativement différents.

3.2. — *Autres résultats*

3.21. *Taux de prospection réellement obtenu*

On a vu au paragraphe 2.11 b) qu'une erreur sur la détermination de $\cotg \alpha$ n'en entraînait pas sur le taux d'échantillonnage. Or, on a trouvé pour la somme des placettes échantillonnées 4,60949 ha pour une surface totale de 107,6 ha, soit un taux de 4,28 %. Cette réduction, par rapport aux 5 % théoriques, vient probablement de la méthode utilisée pour mesurer les 100 m le long des lignes de niveau : nous avons employé un appareil Topofil (fabriqué par Topochaix), dont le principe est le suivant : un fil se déroule entre deux galets, entraînant un compteur qui indique directement en mètres la distance parcourue. Nous avons donc utilisé cet appareil destiné à mesurer la longueur de parcours rectilignes comme un curvimètre : il va de soi que le fil « va au plus court » et qu'à chaque croupe et surtout dans chaque

ravin, le fil se tend et ne se moule pas au terrain : cette erreur de manipulation a pour conséquence qu'on parcourt plus de 100 m par cheminement et donc que le taux d'échantillonnage est affaibli.

3.22. Liaisons partielles entre la pente du terrain, l'altitude le volume, la surface des placettes

a) Pente - altitude

Dans la portion de forêt considérée, il existe une liaison entre la pente du terrain et l'altitude A , de la forme :

$$\alpha = 60,393 - 0,0144 A \quad (a)$$

α en degré

A en m (figure 6).

— 0,0144 étant très significativement différent de 0 (seuil 10^{-9}). (La parabole donne un meilleur ajustement, mais ses coefficients ne sont pas significativement différents de zéro).

FIG. 6.

b) Volume par hectare - altitude (figure 7)

On a également une relation entre l'altitude A et le volume par hectare W . Pour calculer cette relation, on n'a pas tenu compte des points se trouvant dans les ravins, parce qu'ils ne sont pas représentatifs de la production à l'altitude où ils se trouvent.

FIG. 7.

Pour l'inventaire classique, on a trouvé :

$$W = -0,3718 A + 877,92$$

Pour l'inventaire par ligne de niveau :

$$W = -0,2014 A + 661,32 \quad (b)$$

W en m^3/ha et A en m.

— 0,2014 étant significativement différent de zéro au seuil de 2 %.

c) Volume par hectare - pente

Pour l'inventaire par lignes de niveau, on a trouvé :

$$W = 4,0953 + 198,472 \quad (c)$$

4,0953 n'étant significativement différent de zéro qu'au seuil de 16 % ; la liaison est donc faible.

d) Conclusion

Paradoxalement, on n'a pas trouvé de relation entre le volume v_i et la surface b_i des placettes. Mais, l'observation des résultats des paragraphes précédents explique

ce phénomène : (a) nous montre que plus on descend, plus la pente est forte : cela est lié à la portion de forêt où nous avons travaillé. (b) indique que plus l'altitude est faible, plus le matériel sur pied est important, ce qui n'a rien pour nous étonner. Il est donc logique que plus la pente est forte, plus on a de volume par hectare comme semble l'indiquer la relation (c). Enfin, comme on l'a vu dans la première partie, la surface des placettes diminuant quand la pente augmente, cela peut expliquer qu'on ne trouve pas de liaison entre v_i et b_i .

A propos de la méthode d'échantillonnage le long des lignes de niveau, certains praticiens avaient préconisé d'installer quand même des placettes de surfaces constantes : on voit immédiatement le danger. Si, comme dans le cas présent, il existe une relation entre la pente et le volume par hectare, on surestime les portions à forte pente, donc on surévalue le volume du peuplement. Il faut donc faire les plus grandes réserves sur la combinaison des cheminements le long de lignes de niveau et l'installation de placettes de surfaces constantes : même si, pratiquement, on obtient peu de différences, en théorie, les résultats sont faux.

4. — EFFICACITÉ DE LA MÉTHODE

4.1. — *Comparaison de temps*

Sur les 4 parcelles représentant 107,6 ha, 3 inventaires ont été faits :

- l'inventaire complet a demandé 97 hommes·jour
- l'inventaire classique 26
- l'inventaire par ligne de niveau 16,7

Il faut cependant remarquer que le premier a été fait dans le cadre de l'inventaire complet de la forêt : on peut donc admettre qu'il représente bien le rythme de « croisière » ; il n'en est sûrement pas de même du second qui a demandé une semaine et demie à l'équipe. Mais, à la fin, la fatigue était telle qu'il aurait été impossible de poursuivre à la même allure, et on peut admettre que dans le cadre d'un inventaire de toute la forêt, il aurait fallu au moins 30 hommes·jour, et probablement plus. Quant au dernier, l'expérience ayant montré qu'il n'y avait pas eu accumulation de fatigue, on peut garder le chiffre indiqué.

On obtient donc les résultats suivants :

- inventaire complet (c) : 1,12 ha/homme·jour;
- inventaire classique (h) : 3,63 ha/homme·jour;
- inventaire par ligne de niveau (l) : 6,53 ha/homme·jour.

Dans cette forêt :

- (h) est donc 3,23 fois plus rapide que (c)
- (l) est donc 5,81 fois plus rapide que (c)
- (l) est donc 1,80 fois plus rapide que (h)

4.2. — *Essai d'évaluation du nombre de placettes réalisées par jour en fonction de la pente*

Pour les 2 inventaires par échantillonnage, chaque journée, nous avons relevé le nombre de placettes mesurées. Nous avons donc pu établir la figure 8 donnant

le nombre de points par jour en fonction de la pente moyenne de la journée. Nous avons admis que, pour les faibles pentes, on pouvait inventorier 35 placettes par jour en inventaire classique, d'où la courbe en trait plein.

Pour l'inventaire par ligne de niveau, nous pensons qu'il existe entre 20° et 30° de pente moyenne pour la journée une zone où la pente n'influe guère sur le rendement : d'une part, parce que les cheminements ne sont pas pénibles ; d'autre part, parce que les placettes ne sont pas encore trop grandes et leur dimension ne fait pas perdre de temps. Comme dans tous les cas, les cheminements sont plus rapides que ceux faits à l'aide de la boussole, nous avons fixé le maximum réalisable par jour à 37 points.

En fait, ces courbes représentent l'action combinée sur le rendement de la pente, des difficultés de parcours dues à la végétation et de la fatigue accumulée.

En ce qui concerne la *fatigue*, nous pensons qu'elle n'a vraiment pesé que pour les journées J 5 et J 6 de l'inventaire classique et l'on peut dire que, sans elle, deux points de plus auraient pu être faits.

Pour la végétation (ronces, framboisiers, épilobes abondants en haut du versant, buis inextricables plus bas, puis moins denses), on a estimé que les pertes de temps les plus grandes étaient pour l'inventaire classique : voir le tableau 5 pour l'évaluation de ces pertes.

TABLEAU 5

Nombre de points réalisés	Jour	Estimation du retard dû à		Total
		la végétation	la fatigue	
20	J 1	2	0	22
19	J 2	2	0	21
17	J 3	2	0	19
15	J 4	4	0	19
8	J 5	6	2	16
13	J 6	4	2	19

D'où la nouvelle courbe de la figure 9.

Pour l'inventaire par ligne de niveau, on a pensé que seule la végétation avait une part, et nous avons estimé cette dernière à 1 point par jour pour J'1, J'2, J'3 et 2 points par jour pour J'4, J'5.

4.3. — Faibles pentes et maillage horizontal

Dans le cas des pentes faibles, la nouvelle méthode devient peu pratique et, à la limite, on peut admettre que pour une pente de 0°, on fait 0 point par jour. Deux difficultés, en effet, se présentent :

a) les surfaces des placettes étant proportionnelles à $\cotg \alpha$ deviennent très grandes pour α petit ;

FIG. 8. — Nombre de placettes inventoriées chaque jour en fonction de la pente moyenne de la journée

× Inventaire : par lignes de niveau
 ÷ : classique

b) les cheminements deviennent difficiles car, avec un altimètre précis, il est malaisé de localiser l'emplacement des points.

Le problème est donc de déterminer la partie gauche de la courbe de la figure 9 pour l'inventaire par ligne de niveau. Le point d'intersection avec l'autre courbe donnera approximativement la limite au-delà de laquelle la nouvelle méthode n'est plus la meilleure : pour les forêts dont la pente moyenne sera inférieure à cette limite, il faudra revenir à la méthode classique.

Pour faire les calculs, nous sommes parti des principes suivants :

— on fait des inventaires à 5 %, c'est-à-dire qu'en implantant en moyenne un point par hectare, la surface moyenne des placettes est de 5 ares ;

— chaque fois que la surface d'une placette dépasse 20 ares, 30 ares, 40 ares, on plante respectivement 2, 3, 4 placettes de surfaces égales, respectivement à 1/2, 1/3, 1/4 de la surface théorique ;

— enfin, on admettra que le nombre d'hectares inventoriés chaque jour est égal au nombre de placettes, sauf si on est obligé de faire 1, 2, 3 placettes supplémentaires : alors, on inventorie 1, 2, 3 ha en moins ce jour-là. Par exemple, si dans une journée la pente moyenne est de l'ordre de 20 à 30°, nous avons admis qu'on attei-

FIG. 9. — Courbes déduites des précédentes compte tenu de la fatigue de la végétation.

x Inventaire : par lignes de niveau
÷ ; classique

gnait le maximum de 37 points (c'est-à-dire à peu près 37 ha par jour). Mais, si on a rencontré une pente de 9°, la placette devrait avoir une surface de 20,5 ares ; on doit donc en faire 2 et tout se passe comme si on n'avait implanté que 36 points. On voit donc s'amorcer le processus qui fait retomber la courbe dans sa partie gauche.

Le problème est de savoir chiffrer le nombre de ces emplacements qui font perdre de son efficacité à la méthode. Il fallait pour cela faire une étude des pentes : celle-ci figure en annexe 8. Il en ressort qu'il existe une relation entre la pente moyenne p d'une forêt et l'écart type σp de la distribution de la forme :

$$\sigma p = -0,38 + 2,3765 \text{ Ln } p$$

Par exemple pour $p = 33^\circ$:

$$\sigma p = 7,93$$

La pente 9° située à $\frac{33-9}{7,93} = 3,03$, écart type, se rencontre 4 fois sur 1 000 ; on négligera donc l'éventualité d'une telle pente dans un tel inventaire.

4.31. *Pente en dessous desquelles il faut implanter 1, 2, 3... placettes supplémentaires*

Soit $\overline{\cotg \alpha}$ la valeur définie plus haut.

$$b(\alpha) = \frac{5 \cotg \alpha}{\cotg \alpha}$$

$$b(\alpha_1) = 20 \text{ ares pour } \cotg \alpha_1 = 4 \overline{\cotg \alpha}$$

$$b(\alpha_2) = 30 \text{ ares pour } \cotg \alpha_2 = 6 \overline{\cotg \alpha}$$

$$b(\alpha_3) = 40 \text{ ares pour } \cotg \alpha_3 = 8 \overline{\cotg \alpha}$$

$$b(\alpha_4) = 50 \text{ ares pour } \cotg \alpha_4 = 10 \overline{\cotg \alpha}$$

$$b(\alpha_5) = 60 \text{ ares pour } \cotg \alpha_5 = 12 \overline{\cotg \alpha}$$

TABLEAU 6

$\overline{\cotg \alpha}$	$p =$ Arccotg ($\cotg \alpha$)	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
1,5399	33°	9°	6°	4°	3°	3°
1,7321	30°	8°	5°	4°	3°	2°
1,9626	27°	7°	4°	3°	2°	2°
2,2460	24°	6°	4°	3°	2°	2°
2,4751	22°	5°	3°	2°	2°	1°
2,7475	20°	5°	3°	2°	2°	1°
2,904	19°	4°	3°	2°	1°	1°
3,078	18°	4°	3°	2°	1°	1°
3,271	17°	4°	2°	2°	1°	1°
3,487	16°	4°	2°	2°	1°	1°
3,732	15°	3°	2°	1°	1°	1°
4,011	14°	3°	2°	1°	1°	1°
4,331	13°	3°	2°	1°	1°	1°
4,705	12°	3°	2°	1°	1°	1°

Ce tableau indique par *exemple* que pour $\overline{\cotg \alpha} = 2,904$, on devra implanter 1 placette supplémentaire lorsque la pente sera de 4°, 2 placettes lorsque la pente sera de 3°, etc.

4.32. *Valeurs de σp en fonction de p déduites de l'annexe 8*

TABLEAU 7

$p =$ pente moyenne	33	30	27	24	22	20	18	17	16	15	14	13	12
p	7,93	7,70	7,45	7,17	6,97	6,74	6,62	6,49	6,35	6,21	6,06	5,89	5,72

Pour une pente moyenne de 19°, l'écart type des pentes est de 6,62°.

4.33. Probabilités de rencontrer $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$

TABLEAU 8

$p = \text{Arccotg}(\cotg \alpha)$ (pente moyenne)	Probabilité de rencontrer une pente inférieure à :				
	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
33	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
30	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0
24	1	0	0	0	0
22	1	0	0	0	0
20	2	1	1	0	0
19	2	2	1	0	0
18	3	2	1	1	0
17	4	2	2	1	1
16	5	3	2	2	1
15	5	3	3	2	2
14	6	4	3	3	3
13	8	5	4	3	3
12	10	7	5	4	4

Le tableau 8 indique par exemple que pour $p = 16^\circ$, on a une probabilité :

— de 1 % d'avoir une placette de pente α_5 pour laquelle il faudra en installer 5 supplémentaires ;

— de $2 - 1 = 1$ % d'avoir une placette comprise entre α_4 et α_5 pour laquelle il faudra en installer 4 supplémentaires, etc.

— de $5 - 3 = 2$ % d'avoir une placette comprise entre α_1 et α_2 pour laquelle il faudra en installer 1 supplémentaire.

4.34. Domaine d'utilisation des inventaires par lignes de niveau

En multipliant les probabilités du tableau 8 par les nombres de placettes supplémentaires, on obtient, évaluée en %, la perte due aux faibles pentes (tableau 9).

TABLEAU 9

Pertes en % dues aux faibles pentes

p pente moyenne	33	30	27	24	22	20	19	18	17	16	15	14	13	12
perte en %	0 %	0	0	1	1	4	5	7	10	13	15	18	23	30

Si l'on fixe à 37 points, le maximum réalisable dans une journée, on obtient le nombre de points réels en retirant la perte qu'on vient de calculer.

TABLEAU 10

p	27	24	22	20	19	18	17	16	15	14	13	12
Nombre de placettes dans une journée	37	37	37	36	35	34	33	32	31	30	28	26

De ce dernier tableau, on déduit la courbe de la figure 10 qui permet d'estimer qu'en dessous de 16° de pente moyenne la méthode par ligne de niveau devient moins avantageuse que la méthode d'échantillonnage classique.

FIG. 10. — Limite d'efficacité des inventaires par lignes de niveau.

- $\times$ Inventaire : par lignes de niveau
- $+$: classique
- $\times$: par lignes de niveau (estimation des pertes de temps dues aux faibles pentes)

FIG. 11.

5. — DISCUSSION ET CONCLUSION

Cette nouvelle méthode expérimentée sur 107,6 ha donne des résultats valables, comme l'indique le tableau 3 du paragraphe 3.12. L'erreur commise est du même ordre de grandeur que pour la méthode d'échantillonnage classique. Il n'y a pas, pour des équipes habituées à ce dernier procédé, de difficultés d'adaptation dues à un matériel qui serait particulier ou à de grandes nouveautés. Enfin, la méthode est beaucoup plus rapide, parce que moins fatigante : on peut donc la préconiser. Mais, il faudra toujours se souvenir que pour les faibles pentes, elle devient d'emploi délicat chaque fois qu'on est obligé de subdiviser la placette en 2, 3, 4 et on aura quelquefois intérêt à employer la méthode classique, simplement pour éviter des erreurs, même au-dessus de 16° de pente moyenne.

Par contre, lorsqu'on rencontrera une végétation abondante défavorisant beaucoup l'inventaire classique, on pourra descendre cette limite.

REMERCIEMENTS

Je remercie ici tout particulièrement M. PARDE et M. LANLY, qui m'ont permis de mener à bien cette étude, M. BRENAC qui m'a donné de précieux conseils ; M. TISSERAND qui m'a utilement secondé, que MM. GARROS, AUBRY, MARCHAND, ALEX, et le Service forestier de Nice trouvent également leur place dans ces remerciements ainsi que nos dévoués calculateurs et secrétaires, sans qui ce travail n'aurait jamais abouti.

SUMMARY

FOREST SURVEYS WITH A SYSTEMATIC SAMPLING ALONG THE GARDE LINES

In the steeply areas, the traditional forest surveys based on a rectilinear layout is very tiring. We thought it to be easier to walk along the grade lines. In that case, one has to implant plots of an area proportional to $\cot g$, being the slope of the ground on the implantation point (See § 13 and 14). We compared three methods of forest surveys in the Bollène Vesuvie forest which covers 107,6 ha.

We got for the different forest surveys :

c) complete forest survey	310,8 m ³ /ha	} at the 95 % level
h) traditional sampling survey	276,2 - 337,5 m ³ /ha	
i) sampling survey along the grade lines	298,7 - 361,1 m ³ /ha	

These results are unbiased (See § 312). Errors are similar for the two sampling forest surveys. But the new method is two times quicker than the traditional sampling method (see § 41).

Besides, we found (see § 43) that the method is no longer interesting as soon as the slope is less than 16°.

Forest managers should nevertheless remember — as with every sampling method — that the calculated error becomes only acceptable if the superficie is large enough.

One cannot hope to get a good estimation for a parcel.

ZUSAMMENFASSUNG

BESTANDESMASSEN-AUFNAHMEN DURCH SYSTEMATISCHE STICHPROBENERHEBUNGEN ENTLANG VON HOHENSCHICHTLINIEN

In stark geneigtem Gelände sind forstliche Stichprobenerhebungen in einem geradlinigen Gitter sehr umständlich und ermüdend ; es schien daher naheliegend, die Probeflächen entlang von Höhenschichtlinien anzulegen. Bei diesem Verfahren muss die Probeflächengrösse proportional der Gotangente des Hangneigungswinkels gewählt werden (siehe Abschnitt 13 und 14).

Im Staatswald von Bollène-Vesubie (Alpes-Maritimes) wurden auf einer 107,6 ha grossen Waldfläche drei verschiedene Aufnahmemethoden verglichen :

Vollaufnahme	(c)	310,8 m ³ /ha	} P = 0,05
Stichprobenerhebung in einem Dreiecksgitter	(h)	276,2 bis 337,5 m ³ /ha	
Stichprobenerhebung entlang von Höhenschichtlinien	(i)	298,7 bis 361,1 m ³ /ha	

Die Ergebnisse zeigen eine sehr gute Übereinstimmung (siehe Abschnitt 312) die Fehler sind bei den beiden Stichprobenerhebungen nahezu gleich gross. Diese neue Methode benötigt jedoch nur den halben Zeitaufwand (siehe Abschnitt 41). Im Abschnitt 43 wurde ein Grenzwert des Hangneigungswinkels (16°) berechnet, unter welchem diese Methode keine praktischen Vorteile gegenüber den klassischen Aufnahmeverfahren aufweist.

Die Forsteinrichter müssen sich jedoch ständig darüber klar sein, dass, wie dies bei allen Stichprobenerhebungen der Fall ist, der Stichprobenfehler nur ab einer Mindestflächengrösse in erträglichen Grenzen gehalten werden kann, und dass für eine Einzelparcelle keine entsprechende Massenschätzung erwartet werden kann.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BOUCHON J., 1966. Inventaires Forestiers et aménagement. *Rev. forest. franç.*, n° 10, oct., 644-648.
- COCHRAN W.G., 1942. Sampling theory when the sampling units are of unequal sizes. *J. Am. Stat. Assoc.*, 199-212.
- CONSIGNY V., 1961. Pratique des Inventaires statistiques en terrain accidenté. *Rev. forest. franç.*, 11, nov., 718-732.
- DECOURT N., 1966. Chronique : les lecteurs parlent. Inventaire forestier et aménagement. *Rev. forest. franç.*, n° 11, nov., 738-739.
- LANLY J.P., 1962. Etude non publiée : échantillonnage en terrain très accidenté.
- LETSCH F. et HALLER K.E., 1964. Forest. inventory. BLV Verlagsgesellschaft, München, Basel, Wien, Vol. I, 94-96, 170.
- PARDE J., 1957. Recherches sur l'application aux TSF des méthodes mathématiques : statistiques d'inventaire. *Ann. ENEF*, 15, 456-556.
- PARDE J., 1960. Recherches sur l'application aux futaies régulières des inventaires par la méthode statistique. *Ann. E.N.E.F.*, 17, 165-205.
- RINVILLE F., 1964. Rapport non publié : Inventaire statistique à propos de la stratification.

ANNEXE I

ÉCARTEMENT DES VOYANTS DE LA MIRE

Soient d la distance entre ces voyants et $\varepsilon = 0,03$ radian la valeur du dioptre.

On plante sur le terrain de pente α , une ellipse de grand axe horizontal $\frac{d}{\varepsilon}$ et de petit axe suivant la plus grande pente $\frac{d}{\varepsilon} \cos \alpha$ qui se projette horizontalement suivant une ellipse d'axes $\frac{d}{\varepsilon}$ et $\frac{d}{\varepsilon} \cos^2 \alpha$ donc de surface $= \pi \left(\frac{d \cos \alpha}{\varepsilon} \right)^2$ (cf. dendrométrie : J. PARDE, page 190).

On veut que cette surface soit égale à $k \cotg \alpha$

On aura donc $d = \frac{\varepsilon}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{k \cotg \alpha}{\pi}}$

$$d = \varepsilon \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{k}{\sin 2\alpha}} = 0,0239365 \sqrt{\frac{10^3 f}{\cotg \alpha}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin 2\alpha}}$$

ANNEXE 2

Voir paragraphe 2.12.

Ces tableaux donnent les valeurs de $K = 23,9365 \sqrt{\frac{f}{\cotg \alpha}}$

et les dénivellations entre deux lignes de cheminement successives

$$h = 100/\cotg \alpha$$

Par exemple :

pour un taux d'échantillonnage de 5 % et une $\cotg \alpha$ correspondant à un angle de 19° , on lit une dénivellée $h = 34,43275$ m et une valeur de $K = 31,40741$.

Valeurs de $K = 23,9365 \sqrt{\frac{f}{\cotg \alpha}}$ et dénivellation h entre deux lignes de cheminement successives ($h = 100/\cotg \alpha$).

(Voir suite pages suivantes).

ANNEXE 2 (Suite)

Arccotg (cotg α) dénivellation entre 2 lignes de cheminement		10.00000 17.63269	12.00000 21.25565	14.00000 24.93279	16.00000 28.67453	18.00000 32.49196
Valeurs de f en %	1	10.05126	11.03566	11.95217	12.81768	13.64423
	1,5	12.31023	13.51587	14.63836	15.69839	16.71071
	2	14.21463	15.60678	16.90292	17.12693	19.29586
	2,5	15.89244	17.44891	18.89804	20.26643	21.57343
	3	17.40929	19.11433	20.70176	22.20078	23.63251
	3,5	18.80419	20.64584	22.36046	23.97968	25.52603
	4	20.10252	22.07133	23.90434	25.63536	27.28847
	4,5	21.32195	23.41018	25.35438	27.19040	28.94380
	5	22.47530	24.67649	26.72586	28.66120	30.50944
	5,5	23.57230	25.88093	28.03032	30.06012	31.99857
	6	24.62046	27.03175	29.27672	31.39678	33.42142
	6,5	25.62579	28.13553	30.47217	32.67880	34.78612
	7	26.59314	29.19762	31.62247	33.91239	36.09926
	7,5	27.52651	30.22241	32.73237	35.10266	37.36628
	8	28.42926	31.21357	33.80584	36.25387	38.59173
	8,5	29.30421	32.17421	34.84626	37.36964	39.77945
	9	30.15379	33.10699	35.85651	38.45304	40.93271
	9,5	30.98007	34.01420	36.83906	39.50674	42.05436
	10	31.78488	34.89783	37.79608	40.53306	43.14687
Arccotg (cotg α) h		11.00000 19.43802	13.00000 23.08681	15.00000 26.79491	17.00000 30.57306	19.00000 34.43275
Valeurs de f en %	1	10.55327	11.50120	12.39046	13.23520	14.04582
	1,5	12.92507	14.08604	15.17515	16.20975	17.20255
	2	14.92458	16.26515	17.52275	18.71741	19.86379
	2,5	16.68619	18.18500	19.59104	30.92670	22.20839
	3	18.27881	19.92067	21.46091	22.92405	24.32808
	3,5	19.74337	21.51678	23.18043	24.76080	26.27733
	4	21.10655	23.00240	24.78092	26.47041	28.09164
	4,5	22.38688	24.39973	26.28413	28.07611	29.79569
	5	23.59784	25.71747	27.70591	29.59482	31.40741
	5,5	24.74963	26.97271	29.05820	31.03931	32.94037
	6	25.85014	28.17208	30.35031	32.41950	34.40510
	6,5	26.90568	29.32243	31.48960	33.74329	35.80996
	7	27.92135	30.42932	32.78208	35.01707	37.16175
	7,5	28.90134	31.49734	33.93267	36.24611	38.46607
	8	29.84917	32.53031	35.04551	37.43482	39.72759
	8,5	30.76783	33.53148	36.12409	38.58693	40.95026
	9	31.65983	34.50361	37.17138	39.70562	42.13747
	9,5	32.52738	35.44909	38.18996	40.79365	43.29213
	10	33.37239	36.37000	39.18208	41.85340	44.41679

Arccotg $\frac{(\cotg \alpha)}{h}$		20.00000 36.39702	22.00000 40.40262	24.00000 44.52286	26.00000 48.77325	28.00000 53.17094
Valeurs de f en %	1	14.44089	15.21479	15.97176	16.71676	17.45414
	1,5	17.68641	18.63424	19.56133	30.47377	21.37687
	2	20.42251	21.51696	22.58748	23.64107	24.68388
	2,5	22.83306	24.05670	25.25357	26.43152	27.59742
	3	25.01237	26.35279	27.66390	28.95428	30.23145
	3,5	27.01644	28.46427	29.88043	31.27420	32.65370
	4	28.88179	30.42958	31.94352	33.43352	34.90828
	4,5	30.63377	32.27545	33.88122	35.46161	37.02582
	5	32.29083	34.02131	35.71394	37.37981	39.02864
	5,5	33.86691	35.68185	37.45710	39.20428	40.93358
	6	35.37283	37.26848	39.12267	40.94754	42.75374
	6,5	36.81721	38.79026	40.72016	42.61955	44.49950
	7	38.20702	40.25456	42.25731	44.22839	46.17931
	7,5	39.54803	41.66743	43.74047	45.78074	47.80013
	8	40.84503	43.03393	45.17497	47.28214	49.36776
	8,5	42.10209	44.35836	46.56529	48.73732	50.88712
	9	43.32269	45.64438	47.91529	50.15029	52.36242
	9,5	44.50984	46.89514	49.22828	51.52452	53.79727
	10	45.66613	48.11340	50.50715	52.86304	55.19484
Arccotg $\frac{(\cotg \alpha)}{h}$		21.00000 38.38640	23.00000 42.44748	25.00000 46.63076	27.00000 50.95254	29.00000 55.43090
Valeurs de f en %	1	14.83030	15.59506	16.34547	17.08615	17.82121
	1,5	18.16333	19.09998	20.01903	20.92617	21.82644
	2	20.97321	22.05475	23.11599	24.16346	25.20300
	2,5	23.44876	24.65796	25.84446	27.01557	28.17781
	3	25.68683	27.01145	28.31119	29.59408	30.86724
	3,5	27.74495	29.17570	30.57958	31.96526	33.34044
	4	29.66060	31.19013	32.69095	34.17230	35.64243
	4,5	31.45982	33.08213	34.67399	36.24519	37.80450
	5	33.16156	34.87163	36.54959	38.20579	39.84944
	5,5	34.78014	36.57367	38.33353	40.07057	41.79445
	6	36.32667	38.19996	40.03807	41.85235	43.65288
	6,5	37.81000	39.75977	41.67295	43.56130	45.43536
	7	39.23729	41.26067	43.24606	45.20570	47.15050
	7,5	40.61445	42.70885	44.76393	46.79235	48.80540
	8	41.94643	44.10951	46.23198	48.32693	50.40600
	8,5	43.23739	45.46704	47.65484	49.81426	51.95732
	9	44.49090	46.78520	49.03642	51.25845	53.56364
	9,5	45.71006	48.06722	50.38014	52.66305	54.92867
	10	46.89753	49.31593	51.68893	54.03115	56.35563

Arccotg $\frac{(\cotg \alpha)}{h}$		30.00000 57.73502	32.00000 62.48693	34.00000 67.45085	36.00000 72.65425	38.00000 78.12856
Valeurs de f en %	1	18.18783	18.92151	19.65871	20.40289	21.15759
	1,5	22.27545	23.17402	24.07690	24.98834	25.91265
	2	25.72148	26.75906	27.80161	28.85405	29.92135
	2,5	28.75749	29.91754	31.08315	32.25981	33.45308
	3	31.50225	32.77302	34.04988	35.33885	36.64602
	3,5	34.02632	35.39891	36.77807	38.17032	39.58222
	4	36.37566	37.84303	39.31742	40.80579	42.31518
	4,5	38.58222	40.13859	41.70242	43.28107	44.88202
	5	40.66923	42.30979	43.95821	45.62226	47.30981
	5,5	42.65425	44.37488	46.10376	47.84903	49.61895
	6	44.55091	46.34805	48.15381	49.97668	51.82530
	6,5	46.37006	48.24058	50.12007	52.01738	53.94148
	7	48.12048	50.06162	52.01205	53.98099	55.97772
	7,5	49.80943	51.81870	53.83759	55.87563	57.94245
	8	51.44296	53.51812	55.60323	57.70810	59.84270
	8,5	53.02619	55.16522	57.31449	59.48415	61.68444
	9	54.56350	56.76454	58.97612	61.20868	63.47277
	9,5	56.05866	58.32002	60.59221	62.88595	65.21207
	10	57.51498	59.83508	62.16630	64.51962	66.90617
Arccotg $\frac{(\cotg \alpha)}{h}$		31.00000 60.08605	33.00000 64.94075	35.00000 70.02075	37.00000 75.35540	39.00000 80.97839
Valeurs de f en %	1	18.55445	19.28954	30.02971	20.77870	21.54001
	1,5	22.72447	23.62466	24.53128	25.44861	26.38101
	2	26.23996	27.27941	28.32628	29.38552	30.46217
	2,5	29.33716	30.49930	31.66975	32.85401	34.05774
	3	32.13725	33.41031	34.69247	35.98977	37.30839
	3,5	34.71220	36.08726	37.47215	38.87340	40.29766
	4	37.10890	38.57891	40.05942	41.55741	43.08002
	4,5	39.35994	40.91911	42.48943	44.07829	45.69326
	5	41.48902	43.13253	44.78779	46.46260	48.16492
	5,5	43.51505	45.23778	46.97383	48.73038	50.51580
	6	45.44894	47.24932	49.06257	50.89722	52.76203
	6,5	47.30476	49.17865	51.06594	52.97551	54.91646
	7	49.09047	51.03510	52.99363	54.97529	56.98951
	7,5	50.81346	52.82635	54.85362	56.90483	58.98974
	8	52.47992	54.55882	56.65257	58.77105	60.92434
	8,5	54.09506	56.23794	58.39614	60.57981	62.79938
	9	55.66336	57.86836	60.08913	62.33611	64.62003
	9,5	57.18866	59.45409	61.73571	64.04427	66.39077
	10	58.67433	60.99861	63.33950	65.70803	68.11549

Arccotg (cotg α) h		40.00000 83.90995	42.00000 90.04040	44.00000 96.56887	46.00000 103.55302	48.00000 111.06125
Valeurs de f en %	1	21.92643	22.71328	23.52230	24.35806	25.22566
	1,5	26.85429	27.81798	28.80882	29.83241	30.89500
	2	31.00866	32.12144	33.26556	34.44750	35.67447
	2,5	34.66874	35.91286	37.19203	38.51347	39.88527
	3	37.97770	39.34057	40.74182	42.18939	43.69213
	3,5	41.02060	42.49267	44.00620	45.56975	47.19289
	4	43.85287	45.42657	47.04461	48.71612	50.45132
	4,5	46.51299	48.18216	49.89834	51.67125	53.51171
	5	49.02900	50.78845	52.59747	54.46628	56.40629
	5,5	51.42205	53.26738	55.16469	57.12471	59.15942
	6	53.70858	55.63596	57.61764	59.66482	61.79000
	6,5	55.90166	57.90775	58.97035	62.10111	64.31307
	7	58.01190	60.09371	62.23417	64.44537	66.74083
	7,5	60.04802	62.20290	64.41848	66.70729	69.08332
	8	62.01733	64.24288	66.53112	68.89500	71.34895
	8,5	63.92600	66.22004	68.57871	71.01534	73.54481
	9	65.77931	68.13986	70.56691	73.07418	75.67698
	9,5	67.58182	70.00705	72.50061	75.07658	77.75071
	10	69.33748	71.82572	74.38406	77.02695	79.77055
Arccotg (cotg α) h		41.00000 86.92867	43.00000 93.25150	45.00000 99.99999	47.00000 107.23686	49.00000 115.03683
Valeurs de f en %	1	22.31736	23.11475	23.93653	24.78753	25.67318
	1,5	27.33307	28.30967	29.31615	30.35840	31.44310
	2	31.56151	32.68919	33.85137	35.05487	36.30736
	2,5	35.28684	36.54763	37.84698	39.19253	40.59287
	3	38.65480	40.03592	41.42929	42.93327	44.46726
	3,5	41.75195	43.24374	44.78115	46.37323	48.03013
	4	44.63472	46.22950	47.87307	49.57507	51.34637
	4,5	47.34227	49.03379	50.77706	52.58230	54.46105
	5	49.90313	51.68615	53.52372	55.42661	57.40699
	5,5	52.33885	54.20889	56.13615	58.13192	60.20895
	6	54.66614	56.61934	58.63230	60.71681	62.88620
	6,5	56.89832	58.93128	61.02643	63.19606	65.45404
	7	59.04618	61.15588	63.33012	65.58165	67.92486
	7,5	61.11860	63.30235	65.55290	67.88346	70.30891
	8	63.12302	65.37839	67.70274	70.10974	72.61473
	8,5	65.06572	67.39050	69.78639	72.26746	74.84955
	9	66.95208	69.34425	71.80960	74.36261	77.01956
	9,5	68.78672	71.24445	73.77736	76.40032	79.13007
	10	70.57369	73.09526	75.69397	78.38507	81.18574

Arccotg $\frac{(\cotg \alpha)}{h}$		50.00000 119.17535	52.00000 127.99416	54.00000 137.63819	56.00000 148.25609	58.00000 160.03345
Valeurs de f en %	1	26.13091	27.08048	28.08217	29.14523	30.28075
	1,5	32.00369	33.16668	34.39350	35.69547	37.08619
	2	36.95468	38.29758	39.71419	41.21758	42.82345
	2,5	41.31659	42.81800	44.40182	46.08266	47.87807
	3	45.26006	46.90477	48.63975	50.48103	52.44780
	3,5	48.88645	50.66294	52.53694	54.52574	56.65010
	4	52.26182	54.16096	56.16435	58.29047	60.56151
	4,5	55.43203	57.44637	59.57129	61.82638	64.23518
	5	58.43049	60.55380	62.79365	65.17073	67.70982
	5,5	61.28241	63.50936	65.85854	68.35163	71.01466
	6	64.00739	66.33336	68.78700	71.39095	74.17239
	6,5	66.62101	69.04195	71.59578	74.30606	77.20108
	7	69.13589	71.64822	74.29846	77.11104	80.11534
	7,5	71.56244	74.16295	76.90621	79.81751	82.92726
	8	73.90937	76.59517	79.42839	82.43517	85.64691
	8,5	76.18404	78.95249	81.87291	84.97223	88.28281
	9	78.39273	81.24144	84.24653	87.43571	90.84226
	9,5	80.54087	83.46765	86.55508	89.83165	93.33155
	10	82.63319	85.63600	88.80364	92.16533	95.75615
Arccotg $\frac{(\cotg \alpha)}{h}$		51.00000 123.48971	53.00000 132.70447	55.00000 142.81479	57.00000 153.98649	59.00000 166.42794
Valeurs de f en %	1	26.59969	27.57427	28.60539	29.70315	30.87979
	1,5	32.57784	33.77145	35.03430	36.37879	37.81987
	2	37.61765	38.99591	40.45413	42.00660	43.67062
	2,5	42.05781	43.59875	44.22909	46.96481	48.82524
	3	46.07202	47.76004	49.54599	51.44737	53.48537
	3,5	49.76347	51.58674	53.51578	55.56952	57.77081
	4	63.19939	55.14855	57.21078	59.40631	61.75959
	4,5	56.42648	58.49387	60.68120	63.00991	65.50594
	5	59.47873	61.65795	63.96360	66.41828	69.04932
	5,5	62.38182	64.66740	67.08559	69.66008	72.41954
	6	65.15568	67.54290	70.06861	72.75758	75.63974
	6,5	67.81618	70.30088	72.92972	75.72849	78.72834
	7	70.37618	72.95467	75.68275	78.58717	81.70026
	7,5	72.84627	75.51526	78.33909	81.34545	84.56780
	8	75.23530	77.99182	80.90826	84.01321	87.34125
	8,5	77.55077	80.39213	83.39833	86.59884	90.02930
	9	79.79909	82.72282	85.81617	89.10947	92.63939
	9,5	81.98577	84.98962	88.16774	91.55128	95.17792
	10	84.11563	87.19751	90.45819	93.92963	97.65049

ANNEXE 3

Voir paragraphe 2.12.

Ce tableau donne les valeurs de $1/\sqrt{\sin 2\alpha}$, qui pour deux angles complémentaires sont égales.

Par exemple pour $\alpha = 38^\circ$ on peut lire :

$$1/\sqrt{\sin 38^\circ} = 1/\sqrt{\sin 52^\circ} = 1,01519142$$

Chaque triplet de données représente donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} - \alpha \\ - 90^\circ - \alpha \\ - 1/\sqrt{\sin 2\alpha} = 1/\sqrt{\sin 2(90^\circ - \alpha)} \end{array} \right.$$

45.00000000	35.00000000	25.00000000	15.00000000
45.00000000	55.00000000	65.00000000	75.00000000
1.00000000	1.03158992	1.14254421	1.41421356
44.00000000	34.00000000	24.00000000	14.00000000
46.00000000	56.00000000	66.00000000	76.00000000
1.00030474	1.03852527	1.16001410	1.45947065
43.00000000	33.00000000	23.00000000	13.00000000
47.00000000	57.00000000	67.00000000	77.00000000
1.00122019	1.0464865	1.17905199	1.51035494
42.00000000	32.00000000	22.00000000	12.00000000
48.00000000	58.00000000	68.00000000	78.00000000
1.00275036	1.05479948	1.19981522	1.56799021
41.00000000	31.00000000	21.00000000	11.00000000
49.00000000	59.00000000	69.00000000	79.00000000
1.00490178	1.06422274	1.22248786	1.63385042
40.00000000	30.00000000	20.00000000	10.00000000
50.00000000	60.00000000	70.00000000	80.00000000
1.00768378	1.07456993	1.24728660	1.70991357
39.00000000	29.00000000	19.00000000	9.00000000
51.00000000	61.00000000	71.00000000	81.00000000
1.01110860	1.08589981	1.27446822	1.79890744
38.00000000	28.00000000	18.00000000	8.00000000
52.00000000	62.00000000	72.00000000	82.00000000
1.01519142	1.09827953	1.30433953	1.90471916
37.00000000	27.00000000	17.00000000	7.00000000
53.00000000	63.00000000	73.00000000	83.00000000
1.01995071	1.11178594	1.33727023	2.03311724
36.00000000	26.00000000	16.00000000	Valeurs de $\frac{1}{\sqrt{\sin 2\alpha}}$ pour α variant de 7 à 83°
54.00000000	64.00000000	74.00000000	
1.02540832	1.12650708	1.37371028	

Chaque triplet se présente sous la forme — α
— $90^\circ - \alpha$

$$\frac{1}{\sqrt{\sin 2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{\sin 2(90^\circ - \alpha)}}$$

ANNEXE 4

Voir paragraphe 2.13. : écartement entre les voyants de la mire.

Cette annexe, ainsi que la suivante, est un exemple numérique.

Pour un taux moyen de prospection de 5 % et $\overline{\cotg \alpha} = \cotg 33^\circ$ on lit dans l'annexe 2 : $K = 43,13253$.

En multipliant cette constante par les valeurs du tableau de l'annexe 3, on obtient ce nouveau tableau qui donne, pour l'inventaire considéré les écartements entre les voyants de la mire cylindrique.

Chaque quadruplet de données se présente sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{— 1}^{\text{re}} \text{ ligne : } \alpha \\ \text{— 2}^{\text{e}} \text{ ligne : } 90^\circ - \alpha \\ \text{— 3}^{\text{e}} \text{ ligne : } d(\alpha) = d(90^\circ - \alpha) \\ \text{— 4}^{\text{e}} \text{ ligne : } 1/\sqrt{\sin 2\alpha} = 1/\sqrt{\sin 2(90^\circ - \alpha)} \end{array} \right.$$

Ainsi pour une pente de 42° , on lit :

$$d(42^\circ) = d(48^\circ) = 43,251064 \text{ cm}$$

(Voir suite page suivante).

ANNEXE 4 (Suite)

45.000000	35.000000	25.000000	15.000000
45.000000	55.000000	65.000000	75.000000
43.132449	44.495048	49.280814	60.998618
0.999999	1.031590	1.142545	1.414215
44.000000	34.000000	24.000000	14.000000
46.000000	56.000000	66.000000	76.000000
43.145648	44.794215	50.034252	62.950579
1.003305	1.038526	1.160013	1.459470
43.000000	33.000000	23.000000	13.000000
47.000000	57.000000	67.000000	77.000000
43.185028	45.127327	50.855452	65.145333
1.001218	1.046249	1.179052	1.510354
42.000000	32.000000	22.000000	12.000000
48.000000	58.000000	68.000000	78.000000
43.251064	45.496196	51.750968	67.631317
1.002749	1.054801	1.199814	1.567990
41.000000	31.000000	21.000000	11.000000
49.000000	59.000000	69.000000	79.000000
43.343885	45.902547	52.728911	70.472153
1.004901	1.064222	1.222487	1.633853
40.000000	30.000000	20.000000	10.000000
50.000000	60.000000	70.000000	80.000000
43.463879	46.348883	53.797597	73.752939
1.007683	1.074570	1.247287	1.709916
39.000000	29.000000	19.000000	9.000000
51.000000	61.000000	71.000000	81.000000
43.611651	46.837617	54.970982	77.591472
1.011109	1.085901	1.274468	1.798910
38.000000	28.000000	18.000000	8.000000
52.000000	62.000000	72.000000	82.000000
43.787761	47.371554	56.259349	82.155365
1.015192	1.098280	1.304338	1.904721
37.000000	27.000000	17.000000	7.000000
53.000000	63.000000	73.000000	83.000000
43.993029	47.954101	57.679788	87.693491
1.019951	1.111786	1.337270	2.033119
36.000000	26.000000	16.000000	écartements entre les voyants de la mire (en cm) pour cotg α = cotg 33° et $f = 5 \%$
54.000000	64.000000	74.000000	
44.228403	48.589055	59.251580	
1.025408	1.126507	1.373711	

Chaque quadruplet se présente sous la forme : — α

— $90^\circ - \alpha$

— $d(\alpha) = d(90^\circ - \alpha)$

— $\frac{1}{\sqrt{\sin 2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{\sin 2(90^\circ - \alpha)}}$ avec 5 décimales exactes

ANNEXE 5

Voir paragraphe 2.13. (écartement entre les voyants de la mire)

$b(x)$ pour $f = 5 \%$	25.000000	45.000000	65.000000
$\cotg \alpha = \cotg 33^\circ$	6.963308	3.247040	1.514115
	26.000000	46.000000	66.000000
	6.657410	3.135627	1.445667
7.000000	27.000000	47.000000	67.000000
26.444952	6.372666	3.027913	1.378275
8.000000	28.000000	48.000000	68.000000
23.103975	6.106782	2.923640	1.311886
9.000000	29.000000	49.000000	69.000000
20.500987	5.857817	2.822602	1.246415
10.000000	30.000000	50.000000	70.000000
18.414851	5.624039	2.724593	1.181819
11.000000	31.000000	51.000000	71.000000
16.704617	5.403974	2.629399	1.118037
12.000000	32.000000	52.000000	72.000000
15.276152	5.196358	2.536864	1.055021
13.000000	33.000000	2.446824	73.000000
14.064519	5.000002	53.000000	0.992714
14.000000	34.000000	54.000000	74.000000
13.023203	4.813926	2.359108	0.931065
15.000000	35.000000	55.000000	75.000000
12.118110	4.637248	2.273600	0.870037
16.000000	36.000000	56.000000	76.000000
11.323827	4.469155	2.190154	0.809570
17.000000	37.000000	57.000000	77.000000
10.620649	4.308968	2.108650	0.749626
18.000000	38.000000	58.000000	78.000000
9.993351	4.156006	2.028971	0.690170
19.000000	39.000000	59.000000	79.000000
9.430095	4.009749	1.951015	0.631155
20.000000	40.000000	60.000000	80.000000
8.921201	3.869671	1.874674	0.572532
21.000000	41.000000	61.000000	81.000000
8.458847	3.735289	1.799852	0.514267
22.000000	42.000000	62.000000	82.000000
8.036698	3.606186	1.726479	0.456333
23.000000	43.000000	63.000000	83.000000
7.649572	3.482026	1.654440	0.398676
24.000000	44.000000	64.000000	84.000000
7.292965	3.362404	1.583686	0.341264

Tableau donnant la surface $b(x)$ (en ares) des placettes en fonction de la pente pour $f = 5 \%$ et $\cotg \alpha = \cotg 33^\circ$ (on vérifie que $b(33^\circ) = 5$ ares).

Chaque doublet se présente sous la forme : α (1^{re} ligne)
 $b(x)$ (2^e ligne).

ANNEXE 6

ÉVALUATION DE L'ERREUR DUE A UN BIAIS DE 1° SUR L'ESTIMATION DES PENTES

(Cf. paragraphe 22)

Si α_l et α sont les pentes lues et *réelles* de la station, et δ_α leur différence :— l'écartement entre les voyants de la mire sera $d = \frac{K}{\sqrt{\sin 2\alpha_l}}$ — la surface implantée : $b = \frac{\pi d^2 \cos^2 \alpha}{\varepsilon^2} = \frac{\pi K^2}{\varepsilon^2} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha_l}$

et la surface avec laquelle seront faits les calculs :

$$b_l = \frac{\pi K^2}{\varepsilon^2} \frac{\cos^2 \alpha_l}{\sin 2\alpha_l}$$

Donc : $\frac{b_l}{b} = \frac{\cos^2 \alpha_l}{\cos^2 \alpha}$

Si W est le volume par hectare réel et W_l celui avec lequel seront faits les calculs, on aura :

$$\frac{W}{W_l} = \frac{b_l}{b} = \frac{\cos^2 \alpha_l}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{W - W_l}{W_l} = \frac{\cos^2 \alpha_l - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \neq 2 \operatorname{tg} \alpha (\delta \alpha)$$

L'erreur moyenne est donc pour $\delta \alpha = 1^\circ = 0,0175$ radian,

$$0,035 \operatorname{tg} \alpha \neq \frac{0,035}{\cotg \alpha} = 0,028$$

Ainsi, une erreur systématique de 1° sur l'estimation des pentes se traduit par un biais d'environ 3 % sur le volume/ha.

ANNEXE 7

ANALYSE DE VARIANCE POUR UNE STRATE DE POINTS A FAIBLE

VOLUME SUR PIED

(Cf. paragraphe 3.13)

Ces points sont groupés :

1. sur la ligne de crête,
2. dans les ravins.

A. — Inventaire classique

On a 14 points représentant 224 m³, soit $= \frac{224}{14} = 16,0$ m³/ha donc une strate de 14 points ayant 16,0 m³/ha et une strate de 107-14 = 93 points ayant :

$$\frac{32\ 832 - 224}{93} = \frac{32\ 608}{93} = 350,62 \text{ m}^3/\text{ha}.$$

Origine de la variation	$\Sigma(x - \bar{x})^2$	d d/	Variance
totale	2 921 213,12	106	$V_T = 27\ 558,61$
entre strates	$a = 1\ 362\ 347,69$	1	$V_B = 1\ 362\ 347,69$
résiduelle	1 558 865,43	105	$V_R = 14\ 846,34$

$$a = \Sigma n_i (\bar{x}_{i0} - \bar{x})^2 = \Sigma (n_i \bar{x}_{i0}^2 - 2 n_i \bar{x}_{i0} \bar{x} + n_i \bar{x}^2)$$

$$\text{or } \bar{x} \Sigma n_i \bar{x}_{i0} = \bar{x} \bar{x} \cdot N$$

$$\text{donc } a = \Sigma n_i \bar{x}_{i0}^2 - N \bar{x}^2 \quad \text{avec } N = 107$$

$$\bar{x} = 306,84$$

$$a = 1\ 362\ 347,69$$

d'où la fin du tableau.

$$\frac{V_B}{V_R} \text{ est très largement significatif.}$$

$$V_R = 14\ 846,34$$

$$\sqrt{V_R} = 121,84.$$

$$\text{Coefficient de variation : } \frac{121,84}{306,84} = 39,7 \%$$

$$1,98 \frac{39,7}{\sqrt{107}} = \frac{39,7}{10,34} \quad 1,98 = 7,6 \%$$

On obtient donc une nouvelle erreur à craindre de 7,6 % au seuil 0,05.

B. — Inventaire par ligne de niveau

On a 13 points :

$$\text{variance entre strate} = \frac{1}{(2-1)b^2} \left[\Sigma n_i \bar{v}_{ij}^2 - 2 W \Sigma n_i \bar{v}_{ij} \bar{b}_{ij} + W^2 \Sigma n_i \bar{b}_{ij}^2 \right]$$

	n_i	$\bar{V}_{ij}$	Σv_{ij}	Σb_{ij}	$\bar{b}_{ij}$
Strate 1	13	0,9154	11,9	0,52509	0,040392
Strate 2	99	15,239	1 508,7	4,0844	0,04126
(par différence)					
Total	112	13,577	1 520,6	4,60949	0,04116

ANNEXE 7 (Suite)

$$\text{Variance entre strates} = \frac{1}{17\,024 \cdot 10^{-7}}$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} 13 (0,9154)^2 - 2 W \left[\begin{array}{l} 13 (0,9154) (4039 \cdot 10^{-5}) \\ + 99 (15,239) (4126 \cdot 10^{-5}) \end{array} \right] \\ + W^2 \left[\begin{array}{l} 13 (0,9154)^2 \cdot 10^{-10} \\ + 99 (4126)^2 \cdot 10^{-10} \end{array} \right] \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$\text{avec } W = 329,9$$

$$\text{variance entre strates} = 1\,330\,296,6$$

d'où le tableau :

Origine de la variation	Somme des carrés des écarts	d d/	Variance
totale	3 299 597,1	111	29 726,1
entre strates	1 330 296,6	1	1 330 296,6 = V_B
résiduelle	1 969 300,5	110	17 902,7 = V_R

$\frac{V_B}{V_R}$ est très largement significatif.

$$V_R = 17\,902,7$$

$$\text{écart type} = \sqrt{(1-f)} 17\,902,7 = \sqrt{(0,957)} \cdot 17\,902,7$$

$$\text{écart type} = \sqrt{17\,132,9} = 130,9$$

$$\text{coefficient de variation} = \frac{130,9}{329,9} = 39,7 \%$$

$$\frac{(1,98) 397}{\sqrt{112}} = 7,43 \%$$

La nouvelle erreur à craindre est donc 7,43 %.

ANNEXE 8

RÉPARTITION DES PENTES
(Voir paragraphe 4.3)1. — *Normalité*

Nous avons étudié sur plusieurs cartes à grande échelle et sur les pentes relevées au cours des divers inventaires (1) la répartition des pentes autour de la moyenne : on a trouvé, par la méthode de la droite et des plages de confiance de Henry, que ces distributions n'étaient pas significativement différentes de distributions normales : pour chaque carte, on avait donc une pente moyenne et un écart type de ces pentes.

2. — *Variation de l'écart type des pentes en fonction de la pente moyenne*

Si l'on reporte sur un graphique (graphique 11) les points figurant, la pente moyenne en abscisse et l'écart type des pentes en ordonnée, on observe une certaine relation. On a testé plusieurs courbes (droite, hyperboles, paraboles, cubiques, logarithmes), dont la meilleure fut la fonction logarithmique :

$$\sigma p = -0,38 + 2,3765 \ln p$$

avec pour le coefficient $B = 2,3765$

$$\frac{B}{\sigma B} = 9,075$$

donc B est très significativement différent de zéro.

(1) Listes des cartes consultées : Souilly, Argentine, Ferrette, Forêts de Haye, Morteau, Ban, Bedoin des Elieux, Haslach, la Bollène-Vésubic, Forbach, Gray, Laon, Thann, Châtillon-sur-Seine, St-Dié, Mens, St-Bonnet, le Bleymard.