Productivité du frêne en région Nord-Picardie

A. - Courbes de croissance en hauteur

N. LE GOFF

avec la collaboration technique de A. GARROS, R. CANTA et D. FERTIN*

I.N.R.A., Station de Sylviculture et de Production

Centre de Recherches forestières de Nancy,

Champenoux, F 54280 Seichamps

** C.R.P.F. Nord-Picardie*

Résumé

Dans le cadre d'une étude générale sur la mise en valeur des taillis et taillis-sous-futaie pauvres en réserves de la région Nord-Picardie, s'est posé le problème de l'estimation de la productivité relative de ces peuplements vis-à-vis du frêne, essence susceptible de permettre leur conversion ou leur transformation en futaie feuillue. Dans ce but — et c'est l'objet de cette étude —, un indice de productivité, hauteur moyenne de frênes dominants à un âge de référence fixé (40 ans), sera estimé à partir des facteurs du milieu dont l'influence sur la croissance du frêne aura été décelée.

Cet article présente la première partie de l'étude dont l'objet a été d'estimer les courbes de croissance en hauteur caractéristiques de niveaux de croissance donnés (hauteur atteinte à 40 ans), à partir d'analyses de tige d'arbres dominants. Une analyse des méthodes possibles d'étude de la croissance en hauteur a d'abord été menée pour montrer l'importance du choix de la méthode employée dans ce travail, qui présente l'avantage de ne pas nécessiter une évaluation *a priori* du niveau de croissance des arbres à partir des données de base.

Comme résultat essentiel de cette étude, la hauteur de frênes dominants a pu être exprimée par une fonction de l'âge, de l'âge de référence et de la hauteur à cet âge de référence. Les paramètres de cette fonction ont été estimés par deux régressions linéaires successives évitant le recours à la régression non linéaire.

1. - Introduction

Cette étude s'inscrit dans une action concertée de la D.G.R.S.T. regroupant des laboratoires de l'I.N.R.A. (en particulier du C.N.R.F.) et des organismes de développement de la forêt privée (I.D.F., C.R.P.F.) pour rechercher des moyens de mettre en valeur les taillis et taillis-sous-futaie pauvres en réserves de la moitié Nord de la France pour la plupart situés en forêt privée⁽¹⁾ et jugés insuffisamment productifs.

(1) Ces taillis et taillis-sous-futaie pauvres (les réserves de la futaie y occupent moins de 1/4 de la surface) couvrent environ 100 000 ha en Nord-Picardie (d'après une enquête faite par le C.R.P.F. de cette région en 1978).

Parmi ces moyens, la transformation ou la conversion en futaie feuillue d'essences précieuses fournissant du bois d'œuvre de qualité peut être une solution très intéressante dans les stations où leur croissance est bonne. Le frêne est, en région Nord-Picardie, une de ces essences parmi les mieux adaptées, souvent déjà présente dans ces taillis et taillis-sous-futaie et susceptible alors de permettre la création de véritables futaies grâce à des techniques appropriées (HUBERT, 1979). Le besoin s'est donc fait sentir de pouvoir connaître la productivité relative de ces taillis et taillis-sous-futaie vis-à-vis du frêne afin de disposer d'un critère pour décider de leur éventuelle transformation ou conversion (RIOU-NIVERT, 1978).

La hauteur moyenne des arbres dominants ⁽²⁾ à un âge de référence est la mesure de la productivité relative la plus couramment utilisée pour des peuplements purs et équiennes. Cependant, cette méthode n'est pas directement utilisable pour ces taillis et taillis-sous-futaie où l'essence concernée, le frêne, n'est pas toujours présente. De plus, en taillis-sous-futaie par exemple, le traitement sylvicole mettant régulièrement les arbres de la futaie dans un état d'isolement, influe sur la croissance en hauteur des arbres, comme cela a pu être constaté déjà pour le chêne (BARTET, 1891) et pour le frêne lors de cette étude. L'estimation de la productivité à partir des facteurs du milieu susceptibles de jouer un rôle important pour la croissance du frêne est alors la méthode retenue pour cette étude, similaire à celle utilisée lorsque l'on a affaire à des terrains non boisés, méthode largement mise en application, notamment aux Etats-Unis (CARMEAN, 1975).

La méthode consiste donc à relier la hauteur moyenne atteinte à un âge de référence par les arbres dominants aux variables de milieu retenues, grâce à des placettes-échantillon permettant de couvrir le spectre le plus large possible de ces variables. Il est nécessaire pour cela dans un premier temps de disposer de courbes de croissance en hauteur permettant d'estimer la hauteur des arbres dominants à l'âge de référence choisi ; c'est l'objet de la première partie de l'étude, première partie dont rend compte le présent article.

2. - Méthodes pour l'étude de la croissance en hauteur

La croissance en hauteur des arbres peut être étudiée de la meilleure façon à partir d'analyses de tige effectuées par comptage des cernes annuels sur des sections faites à intervalles réguliers le long de la tige. Les données ainsi obtenues (doublets hauteur/âge) peuvent être corrigées pour tenir compte d'un biais, les sections de tige n'intervenant que rarement exactement à l'extrémité de la pousse annuelle (CARMEAN, 1972) ⁽³⁾. Par ailleurs, les données de plusieurs arbres sont souvent combinées de manière à mieux représenter la croissance en hauteur dominante d'un peuplement, des changements pouvant intervenir dans les rangs de dominance des arbres individuels (DAHMS, 1963).

(2) Généralement les 100 plus gros à l'hectare. Dans cette étude ce sera la hauteur moyenne de 5 arbres dominants proches et pris dans des conditions de station (sol, topographie) homogènes (voir 2^e partie de l'étude).

(3) La correction proposée par CARMEAN consiste à ajouter à la hauteur mesurée la moitié de l'accroissement moyen annuel en hauteur calculé sur la période comprise entre cette mesure et la mesure au niveau supérieur.

On peut faire ainsi des mesures sur un certain nombre de peuplements équiennes (placettes) recouvrant les différentes conditions de croissance d'une essence donnée dans une région donnée. On obtient, pour chaque placette, une série de points (hauteur dominante, âge) que l'on peut relier par une ligne brisée et qui est censée représenter l'évolution de la hauteur dominante de la placette en fonction de son âge. L'ensemble est donc constitué d'autant de lignes brisées, sur un graphique (hauteur $\times$ âge), qu'il y a de placettes (voir figure 4).

L'analyse de ces données doit bien sûr tenir compte du fait que les différents points hauteur $\times$ âge d'une même placette ne sont pas indépendants. On peut citer dans cette voie deux types de méthodes.

2.1. Méthodes faisant intervenir a priori la hauteur à un âge de référence comme variable explicite

La méthode d'analyse des données hauteur/âge recommandée dans ce cas est celle exposée et mise en application par CURTIS, HERMAN et DE MARS (1974 a ; 1974 b). Un âge de référence R est choisi et la hauteur dominante à cet âge H_R déterminée pour chaque placette (éventuellement par interpolation) à partir des données hauteur/âge de la placette-échantillon (et provenant d'un ou de plusieurs arbres).

Si on suppose alors que l'affectation de cette même valeur de H_R à tous les points (hauteur, âge) de la placette suffit à rendre compte de leur interdépendance, on n'a plus qu'à analyser classiquement le nuage de points (hauteur, âge, H_R) comme si ces points étaient indépendants.

C'est ce que l'on fait en choisissant des modèles adéquats :

$$\text{hauteur} = f(\text{âge}, H_R)$$

$$H_R = f(\text{hauteur}, \text{âge})$$

et en les ajustant par régression à ce nuage de points (hauteur, âge, H_R) (voir figures 1 et 2).

Ces deux relations conduisent généralement à des faisceaux de courbes hauteur = $f(\text{âge})$ qui sont assez nettement différents (voir figure 1) et l'on utilise la première relation pour estimer la hauteur à un âge donné connaissant H_R , la seconde pour estimer la hauteur à l'âge de référence R d'arbres de hauteur et d'âge déterminés.

L'âge de référence est généralement choisi proche de l'âge de la révolution habituelle du peuplement de façon à passer aisément de l'indice de productivité (H_R) à la productivité en volume du peuplement grâce à la relation qui peut être établie entre la hauteur (moyenne ou dominante) d'un peuplement et sa production totale en volume depuis l'origine. C'est ainsi que l'application de la relation :

$$\text{hauteur} = f(\text{âge}, \text{hauteur à un âge de référence})$$

apparaît la plus appropriée dans la construction des tables de production et c'est ce qui est fait en France (DECOURT, 1972). Par contre, la détermination de la productivité d'un peuplement par l'intermédiaire de l'indice de productivité, hauteur H_R à un âge de référence R , devrait se faire à partir de la relation ajustée :

$$H_R = f(\text{hauteur}, \text{âge})$$

FIG. 1

Aulne rouge (d'après CURTIS *et al.*, 1974 a)

Red alder (from CURTIS *and al.*, 1974 a)

Trait plein : Courbes de croissance en hauteur obtenues par ajustement d'une relation $\text{Hauteur} = f(\text{Age}, H_{50})$.

Trait discontinu : Courbes d'indice de productivité obtenues par ajustement d'une relation $H_{50} = f(\text{Hauteur}, \text{Age})$ ⁽¹⁾ : relation de la figure 2 inversée pour obtenir la représentation habituelle des courbes hauteur/âge.

Solid lines : *Height growth curves obtained by fitting $H = f(\text{Age}, H_{50})$ ⁽¹⁾ to pooled data coming from stem analysis.*

Dashed lines : *Site index estimation curves obtained by fitting $H_{50} = f(\text{Hauteur}, \text{Age})$ (see Figure 2) and plotted in the traditional format of height over age curves.*

Cette méthode d'analyse des données hauteur/âge s'applique donc bien à des peuplements dont l'âge d'exploitation est à peu près fixé et où cet âge peut servir de référence pour la mesure de leur productivité. Le problème diffère dès lors que l'on s'intéresse au classement de stations et que différentes possibilités de traitement

(1) H_{50} : Hauteur à l'âge de référence de 50 ans, évaluée à partir des données, et utilisée ici comme variable explicite.

Height at index age 50 years is determined directly from basic data and used as independent variable.

sylvicole, donc d'âges d'exploitation, sont envisagés, ce qui peut être le cas pour le frêne en région Nord-Picardie. Les courbes :

$$\text{hauteur} = f(\text{âge}, H_R) \text{ et } H_R = f(\text{hauteur}, \text{âge}),$$

obtenues par la méthode précédente sont en effet dépendantes de l'âge de référence choisi R ; tout autre âge de référence conduit à des courbes différentes et qui s'écartent d'autant plus des premières que l'on se situe dans la période d'accroissement rapide en hauteur (HEGER, 1973 ; CURTIS *et al.*, 1974 a ; voir aussi figure 3).

FIG. 2

Aulne rouge (d'après CURTIS *et al.*, 1974 a)

Red alder (from CURTIS *and al.*, 1974 a)

Courbes d'estimation de l'indice de productivité (hauteur à 50 ans) obtenues par ajustement d'une relation $H_{50} = f(\text{Hauteur}, \text{Age})$ ⁽¹⁾.

Site index estimation curves obtained by fitting $H_{50} = f(\text{Hauteur}, \text{Age})$ ⁽¹⁾ to pooled data of stem analysis.

(1) H_{50} : Hauteur à 50 ans ; variable à estimer évaluée à partir des données de base.

Height at index age 50 years is determined directly from basic data and used here as dependent variable.

FIG. 3

Courbes de croissance en hauteur pour Picea glauca au Canada, obtenues pour deux âges de référence : 50 ans (trait plein), 100 ans (trait discontinu). A ces deux âges correspondent les variables H_{50} et H_{100} évaluées à partir des données et utilisées comme variables explicites du modèle de croissance en hauteur (d'après HEGER, 1973)

*Height growth curves for Picea glauca in Canada obtained with two index ages : 50 years (solid lines) and 100 years (dashed lines) (from HEGER, 1973)
 H_{50} and H_{100} , height at index ages of 50 and 100 years are used as independent variables to fit height growth curves*

2.2. Méthodes ne faisant pas intervenir a priori la hauteur à un âge de référence

BAILEY & CLUTTER (1974) ont proposé et développé une méthode d'analyse des données hauteur/âge ne nécessitant pas le recours à la hauteur à un âge de référence fixé, évaluée à partir des données, comme variable explicite du modèle de fonction choisi.

Le modèle proposé pour rendre compte de l'ensemble des courbes de croissance en hauteur est un modèle à n paramètres dans lequel :

- $n - 1$ rendent compte de la forme générale de l'ensemble des courbes,
- un seul paramètre rend compte du niveau de chaque courbe i :

$$H = f(\text{Age}, a_i, b, c, d, \dots)$$

L'ajustement de ce modèle aux données se fait par des techniques de régression sériée (voir 3.2.), en utilisant des variables indicatrices (ou conditionnelles) permettant de tenir compte de l'interdépendance des points (hauteur, âge) d'une même placette et fournissant :

- une estimation unique b^* , c^* , d^* ... pour chacun des paramètres b , c , d ...
- autant d'estimations a_i^* de a_i qu'il y a de placettes ; ces estimations ne seront cependant d'aucun usage car le niveau des courbes du faisceau sera repéré comme il est plus habituel par la hauteur H_{A_r} atteinte à un âge de référence A_r .

Pour une courbe j du faisceau, la valeur de a correspondante sera obtenue en écrivant que la courbe définie par la relation précédente passe par le point (H_{A_r}, A_r) et alors :

$$a_j = g(H_{A_r}, A_r, b, c, d, \dots)$$

L'équation générale des courbes du faisceau est finalement :

$$H = h(\text{âge}, H_{A_r}, A_r, b, c, d, \dots)$$

Un âge de référence R étant alors choisi ($A_r = R$), la relation précédente permet d'estimer tout à la fois la hauteur atteinte à un âge donné connaissant H_{A_r} ($= H_R$) et l'indice H_R connaissant la hauteur et l'âge ; le classement de stations effectué sur la base de l'indice H_R est alors indépendant de l'âge de référence choisi.

Partant de la méthodologie établie par BAILEY et CLUTTER (choix d'un modèle de fonction, technique d'estimation des paramètres de cette fonction), nous verrons comment une approche semblable a pu être conduite à bien pour les données provenant des analyses de tige du Frêne. Cependant, bien que la relation finale exprimant la croissance en hauteur du frêne soit du type $H = f(\text{âge}, A_r, H_{A_r})$ et rende bien compte des allures de croissance observées, la hauteur estimée H_{A_r} ($= H_{I_0}$) ⁽⁴⁾ ne pourra être considérée comme un véritable indice de productivité : il devra être tenu compte des conditions de densité dans lesquelles ont poussé les arbres et qui ont pu influencer leur croissance en hauteur. Pour cela, une variable dendrométrique ⁽⁵⁾ liée à ces conditions a été utilisée et ses relations avec H_{I_0} étudiées : c'est l'objet, tout comme l'analyse des relations entre H_{I_0} et les facteurs du milieu, de la deuxième partie de l'étude. Il en sera rendu compte dans un deuxième article.

3. - Méthode utilisée pour l'étude de la croissance en hauteur du frêne

Le modèle utilisé doit permettre de rendre compte des différentes allures de croissance en hauteur observées à partir des analyses de tige et répondre aux objectifs fixés : indépendance des courbes vis-à-vis de l'âge de référence, c'est-à-dire non recours à la variable « hauteur à un âge de référence fixé » comme variable explicite du modèle.

3.1. Modèle de BAILEY & CLUTTER (1974)

BAILEY & CLUTTER ont développé un modèle générant un système de courbes $H = f(\text{âge}, a, b_i, c)$, à partir de la relation suivante entre la hauteur dominante (H) et l'âge (A) d'un peuplement :

$$\log H = a + b_i (1/A)^c \quad (1)$$

(4) Age de référence choisi : $A_r = R = 40$ ans.

(5) Il s'agit du rapport :

$\frac{\text{Diamètre de la projection au sol de la cime}}{\text{Diamètre à 1,30 mètre}}$

où b_i est un paramètre propre à chaque courbe ($i = 1, 2, \dots m$; m représentant le nombre de placettes), tandis que c (paramètre de linéarisation) et a sont communs à toutes les courbes.

Ce modèle s'oppose à celui obtenu lorsque c'est a que l'on fait varier :

$$\log H = a_i + b(1/A)^c$$

Les courbes obtenues avec ce modèle sont proportionnelles (courbes affines) : le taux de croissance en hauteur ⁽⁶⁾ à un âge donné est constant quel que soit le niveau de la courbe (déterminé par a_i), ce qui correspond rarement aux observations (voir 3.2).

Le paramètre b_i de la relation (1) permet de rendre compte du niveau de croissance observé dans chaque placette. Après estimation de a et c , b_i peut être exprimé en fonction de la hauteur H_{Ar} atteinte à un âge de référence A_r et de cet âge de référence ; il suffit pour cela d'écrire la relation (1) lorsque $A = A_r$:

$$\log H_{Ar} = a + b_i (1/A_r)^c$$

$$b_i = (\log H_{Ar} - a) / (1/A_r)^c$$

Remplaçant b_i par son expression dans (1), la relation devient :

$$\log H = a + \{\log H_{Ar} - a\} \left(\frac{A_r}{A} \right)^c$$

qui définit l'ensemble des courbes de croissance en hauteur lorsque la hauteur atteinte à l'âge de référence A_r varie.

3.2. Estimation des paramètres du modèle

Le modèle défini par la relation (1) n'est pas linéaire et ne peut donc pas être ajusté directement par simple régression linéaire. Un artifice imaginé par BAILEY et CLUTTER, pour ce modèle, permet toutefois d'éviter le recours aux techniques de régression non linéaire et de le remplacer par deux régressions linéaires successives :

— Estimation de c

La différenciation de la relation (1), après passage au logarithme népérien ⁽⁷⁾, donne l'expression suivante du taux de croissance ⁽⁸⁾ :

$$(1/H) (dH/dA) = -b_i c (1/A)^{c+1}$$

$$\text{Log} \{(1/H) (dH/dA)\} = \text{Log} (-b_i c) + (c + 1) \text{Log} (1/A)$$

(6) Le taux de croissance en hauteur d'un arbre mesure sa vitesse d'accroissement par unité de temps (dA) et par unité de hauteur déjà atteinte (H) ; son expression mathématique est la suivante :

$$\frac{1}{H} \frac{dH}{dA}$$

(7) Le logarithme népérien de x sera noté $\text{Log } x$.

(8) Le taux de croissance avec ce modèle n'est pas constant puisque dépendant de b_i donc de chaque courbe (placette).

C'est-à-dire :

$$Y_{ij} = \alpha_i + \beta X_{ij} \quad (2)$$

avec :

$$Y_{ij} = \text{Log} \{ (1/H_{ij}) (dH_{ij}/dA_{ij}) \}$$

$$X_{ij} = \text{Log} (1/A_{ij})$$

H_{ij} = jième hauteur de la placette i

A_{ij} = jième âge de la placette i

Les analyses de tiges fournissent l'évaluation des taux de croissance ⁽⁹⁾ pour les différentes périodes comprises entre deux sections consécutives de la tige ainsi que l'âge au milieu de la période (voir STAGE, 1963).

La relation (2) peut alors être ajustée par la méthode des moindres carrés et fournir une estimation commune de β , les α_i étant considérés comme provenant d'autant de populations que de courbes ($i = 1, 2, \dots, m$) : on peut pour cela introduire dans le modèle (2) autant de variables supplémentaires Z_i que de courbes, variables indicatrices ⁽¹⁰⁾ prenant les valeurs 1 ou 0 suivant que les données proviennent de la courbe considérée ou non.

Ainsi, dans le cas de deux courbes (correspondant à deux placettes), on aurait :

$$Y_{ij} = \alpha'_0 + \alpha'_1 Z_1 + \alpha'_2 Z_2 + \beta X_{ij}$$

avec :

$$Z_1 = 1 \text{ si l'observation appartient à la placette 1 (} i = 1 \text{)} \\ = 0 \text{ sinon}$$

$$Z_2 = 1 \text{ si l'observation appartient à la placette 2 (} i = 2 \text{)} \\ = 0 \text{ sinon}$$

régression correspondant aux deux régressions suivantes dans lesquelles on oblige β à avoir la même valeur :

$$Y_{1j} = (\alpha'_0 + \alpha'_1) + \beta X_{1j} \quad (\text{placette 1})$$

$$Y_{2j} = (\alpha'_0 + \alpha'_2) + \beta X_{2j} \quad (\text{placette 2})$$

On déduit facilement c à partir de la valeur estimée de β puisque $c + 1 = \beta$.

Ce procédé d'ajustement utilisant les logarithmes de variables peut conduire à un biais dans l'estimation de c ; l'examen graphique de la relation ajustée avec les variables originales permet cependant de juger de l'existence et de l'importance de ce biais éventuel.

— Estimation de a

La relation (1) peut finalement être ajustée de la même manière et fournir une estimation commune de a , c étant remplacé dans (1) par sa valeur estimée c^* .

(9) Un mode de calcul non biaisé du taux de croissance et signalé par STAGE (1963) sera détaillé plus loin lors de l'étude des données du frêne.

(10) Cf. : « The use of dummy variables in multiple regression » (in DRAPER & SMITH, 1967, pp. 134-142).

Le modèle à ajuster peut en effet s'écrire :

$$Y_{ij} = a + b_1 Z_1 X_{1j} + b_2 Z_2 X_{2j} + \dots + b_i Z_i X_{ij} + \dots + b_m Z_m X_{mj}$$

avec les mêmes définitions pour les variables Z_i : $Y_{ij} = \text{Log}(H_{ij})$;

$$X_{ij} = (1/A_{ij})^{c*}.$$

BAILEY et CLUTTER ont pu ainsi ajuster avec succès la relation :

$$\log H = a + b_i (1/A)^c$$

aux données d'analyse de tige d'arbres de l'espèce *Pinus radiata* en Nouvelle-Zélande : la variation relative non expliquée de $\text{Log } H$ est inférieure à 0,6 p. 100 pour chacune des courbes attachée à une placette (54 au total) et le modèle rend donc bien compte des différentes allures de croissance observées.

3.3. Recherche d'un modèle pour le frêne

Le choix de la fonction $\text{Log } H = a + b \left(\frac{1}{A} \right)^c$ ainsi que l'identification du para-

mètre b pour rendre compte du niveau de croissance des courbes peuvent paraître relativement arbitraires : ce modèle est cependant moins rigide que celui où c'est le paramètre a qui joue le rôle joué ici par b et le modèle défini par la relation (1) a pu être utilisé avec succès dans d'autres cas (ALDER, 1980).

De façon générale, les problèmes posés pour la détermination du modèle le mieux adapté aux données de croissance en hauteur dont on dispose sont les suivants :

- choix de la fonction,
- identification du paramètre de la fonction attaché à chaque courbe et rendant compte du niveau de croissance,
- possibilité d'estimer les paramètres communs aux courbes par régression linéaire simple.

La croissance en hauteur des arbres répond le plus souvent à un modèle non linéaire. Dans ce cas, l'étude de la dispersion des données d'accroissement (ou de l'accroissement relatif) avec l'âge ou avec la grandeur étudiée (ici la hauteur) permet généralement de déterminer la loi de croissance qui linéarise ces données (FISCHER, 1970) et de se ramener alors à un modèle linéaire avec des variables transformées.

Ainsi, la régression « à deux étages », imaginée par BAILEY et CLUTTER pour estimer les paramètres du modèle défini par la relation (1), apparaît-elle non plus comme un simple artifice, mais comme une méthode généralisable pour la recherche du modèle de croissance en hauteur adapté aux données et pour l'estimation des paramètres de ce modèle. Il apparaît alors que le paramètre attaché à chaque courbe [b_i dans le cas de la relation (1)] doit pouvoir, lors des deux étapes successives, et éventuellement après transformation de variables, apparaître comme coefficient d'un terme linéaire pour pouvoir appliquer les techniques de régression sériée aux données à chaque étape et estimer ainsi les paramètres communs aux courbes.

La recherche d'un tel modèle peut être grandement facilitée par une stratification des données (hauteur $\times$ âge) des analyses de tige des arbres en classes de niveau de croissance, les données relatives à un arbre étant alors contenues dans une même classe. Toutefois, il faudra alors s'assurer qu'il n'existe pas de liaison entre l'âge (ou la hauteur) des arbres et leur niveau de croissance à l'intérieur de chacune des classes créées (ce qui est vérifié si tous les arbres d'une classe ont sensiblement le même âge).

Cette méthode a pu ainsi être appliquée aux données du frêne en partant de l'examen des variations du taux de croissance en hauteur avec l'âge d'abord (mais sans succès) puis avec la hauteur dans cinq classes de niveau de croissance. Le modèle final obtenu pour le frêne, $H^b = \beta (\alpha_1 A + k)$, valable dès que la hauteur des arbres est supérieure à 4,5 mètres, se trouve être particulièrement simple : β voisin de 2 et donc modèle proche d'une parabole ; il était cependant difficile de le prévoir au départ d'autant que la période de croissance initiale n'avait pas été exclue *a priori* de l'étude. La méthodologie employée conserve donc tout son intérêt et pourra être appliquée dans le cas d'études similaires.

4. - Exploitation et traitement des données d'analyses de tige

4.1. Matériel d'étude

Les analyses de tige nécessaires à l'étude de la croissance en hauteur du frêne ont pu être effectuées dans 47 placettes (toutes situées en forêt privée) sur les 53 retenues pour l'étude de productivité proprement dite et qui recouvrent donc une gamme de stations variée vis-à-vis des conditions de croissance de l'espèce. Les peuplements purs de frêne croissant en futaie sont assez rares ; aussi les « placettes » ont-elles été établies dans des peuplements de structures variées (futaie dense, futaie claire, arbres de futaie des taillis-sous-futaie), chaque placette recouvrant des conditions de milieu supposées homogènes pour la croissance du frêne. Un arbre parmi les 5 arbres dominants retenus dans chaque placette pour l'évaluation de la productivité a été abattu ⁽¹¹⁾ et sectionné à intervalles réguliers à partir de la hauteur de 50 cm : le premier billon était généralement long de 4 mètres (de manière à préserver la bille de pied), les billons suivants de 2 mètres jusqu'à atteindre la hauteur bois fort ⁽¹²⁾ et les billons supérieurs étaient longs de 1 mètre.

Des « rondelles » ont été prélevées aux différents niveaux de découpe et le comptage des cernes annuels effectué au laboratoire sur la machine d'Ecklund. L'âge à un niveau donné est obtenu par différence entre le nombre de cernes à la souche ⁽¹³⁾ et le nombre de cernes à ce niveau. Les données hauteur/âge ainsi obtenues et

(11) L'abattage des arbres a nécessité le versement d'indemnités aux propriétaires rendant impossible des analyses de tige plus nombreuses (ce qui aurait été souhaitable).

(12) La hauteur bois fort correspond à la découpe 7 cm de diamètre. Les différents billons ont été cubés permettant de tester l'usage des tarifs de cubage belges pour le frêne dans cette région.

(13) Les arbres ont été sectionnés le plus près possible du sol et l'âge à la hauteur de la souche est donc l'âge du semis.

correspondant aux différentes sections de chaque arbre analysé ont été portées sur papier millimétré afin de détecter toute anomalie dans la croissance en hauteur : la figure 4 présente l'ensemble de ces données, celles relatives à un même arbre étant reliées par des segments de droite.

Un certain nombre d'arbres, au vu des graphiques précédents, ont ainsi révélé des « accidents » dans leur croissance en hauteur : ralentissements (paliers) suivis après une période plus ou moins longue d'un redémarrage de la croissance. Le report, sur les graphiques hauteur/âge de ces arbres, des accroissements radiaux annuels mesurés à 50 cm a révélé pour la plupart d'entre eux une coïncidence entre le ralentissement de la croissance en hauteur (début du palier) et une augmentation des accroissements radiaux : ces faits mettent clairement en évidence l'influence du traitement sylvicole, éclaircie ou coupe de taillis, résultant en l'isolement pendant un temps plus ou moins long des arbres concernés. Le redémarrage de la croissance en hauteur, sans doute quand l'état d'isolement cesse, tend à diminuer la perte de croissance occasionnée. Ces arbres ont été conservés dans les analyses en considérant que ces accidents ne pèseraient pas d'un poids trop lourd sur la forme des courbes ajustées.

Sur les 47 arbres mesurés, deux ont toutefois été éliminés ⁽¹⁴⁾ car sans doute dominés à un moment de leur vie (arrêt presque complet de la croissance en hauteur ainsi que de la croissance radiale pendant une période de 20 ans). Les 45 arbres finalement retenus se répartissent comme suit (tableau 1) par classes d'âge et par classes de hauteur atteinte à 40 ans (H_{40}).

TABLEAU 1

*Nombre d'arbres dominants échantillonnés par classe d'âge
et par classe de hauteur atteinte à 40 ans*

*Number of dominant trees sampled for stem analysis by classes of height
at age 40 and by age class*

Age total (ans)	Hauteur atteinte à 40 ans (mètres)					
	9-11,9	12-14,9	15-17,9	18-20,9	21-23,9	24 et plus
30-39						2
40-49				2	2	2
50-59		1	3	3	2	
60-69			4	6	5	1
70-79		2	3	2	1	
80 et plus	1	1	1	1		

La hauteur à 40 ans est celle lue sur les graphiques hauteur/âge des analyses de tige (figure 4) de chaque arbre et obtenue donc par interpolation linéaire sauf pour 2 arbres n'atteignant pas l'âge de 40 ans et pour lesquels on a dû extrapoler les courbes. H_{40} ainsi évalué pour chaque arbre permet de rendre compte des niveaux

(14) Ces deux arbres apparaissent à la partie inférieure du graphique de la figure 4 avec des paliers importants et simultanés révélés par l'analyse de tige.

de croissance observés pour le frêne dans cette région, niveaux qui dépendent des conditions de milieu plus ou moins favorables à la croissance de l'espèce, mais qui peuvent dépendre aussi des conditions de densité réservées aux arbres expliquant ainsi la grande amplitude de variation de la hauteur à 40 ans (9 mètres à plus de 24 mètres).

FIG. 4

Croissance en hauteur du frêne en région Nord-Picardie

Height growth curves for dominant Fraxinus excelsior trees in Nord-Picardie region

Courbes discontinues (trait fin) : Croissance en hauteur des 47 arbres reconstituée à partir des analyses de tige.

Courbes continues (trait plein) : Courbes de croissance en hauteur ajustées et représentées pour des arbres dont la hauteur à 40 ans varie de 9 à 24 mètres (de trois en trois mètres).

Broken lines : Height growth as revealed by stem analysis of 47 trees.

Unbroken lines : Height growth curves obtained after fitting and represented for different growth levels (height at age 40 varying from 9 to 24 meters).

4.2. Analyse des données relatives au taux de croissance en hauteur

Les doublets ($H_{i,j}$, $A_{i,j}$), hauteur et âge de l'arbre i au niveau de mesure j fournis par les analyses de tige, permettent l'évaluation des taux de croissance en hauteur pour les périodes comprises entre deux niveaux. Le calcul des taux de croissance annuels entre les niveaux j et $j-1$ s'est fait de la manière suivante :

$$(\text{Log } H_{i,j} - \text{Log } H_{i,j-1}) / (A_{i,j} - A_{i,j-1}) \quad (15)$$

ce procédé de calcul signalé par STAGE (1963) fournit une évaluation non biaisée (ni surestimée, ni sous-estimée) du taux de croissance ⁽¹⁶⁾. Par ailleurs, il apparaît que les erreurs systématiques commises sur l'évaluation des hauteurs $H_{i,j}$, dues comme cela a été signalé précédemment à ce que le niveau de découpe se situe toujours en dessous du niveau du bourgeon terminal, ne se retrouvent pas dans l'évaluation du taux de croissance grâce à ce procédé. Un calcul d'erreur non détaillé ici semble montrer en effet que l'erreur commise sur le taux de croissance (en utilisant la méthode de calcul précédente) dépend de la différence des erreurs relatives commises sur $H_{i,j}$ et $H_{i,j-1}$: cette différence tend vers 0 lorsque $H_{i,j}$ est proche de $H_{i,j-1}$ (mesures rapprochées) si l'on suppose que les erreurs commises sur $H_{i,j}$ et $H_{i,j-1}$ sont de même espérance mathématique (ce qui doit être le cas lorsque $H_{i,j}$ est proche de $H_{i,j-1}$, les pousses annuelles ayant alors, en moyenne, des longueurs voisines).

Selon la méthodologie exposée au paragraphe 3, les données relatives aux taux de croissance en hauteur ont été analysées en regroupant les arbres dans cinq classes de niveaux de croissance équivalents : le tableau suivant précise les limites de ces cinq classes, repérées d'après la valeur de la hauteur atteinte à 40 ans (H'_{40}), l'âge étant pris dans ce cas à 4,50 mètres de haut pour corriger l'effet de croissances initiales plus ou moins rapides en liaison avec les conditions de la régénération (arbres de franc-pied ou issus de rejet, couvert plus ou moins important).

Classes	Limites de H'_{40} (mètres)	Nombre d'arbres
1	27,5 - 24,5	10
2	24,5 - 21,5	14
3	21,5 - 18,5	12
4	18,5 - 15,5	8
5	15,5 - 12,5	1

(15) L'expression mathématique du taux de croissance en hauteur peut en effet s'écrire :

$$\frac{1}{H} \frac{dH}{dt} = \frac{d}{dt} (\text{Log } H)$$

ce qui représente la limite de :

$$(\text{Log } H_{i,j} - \text{Log } H_{i,j-1}) / (A_{i,j} - A_{i,j-1})$$

lorsque $(A_{i,j} - A_{i,j-1})$ est petit.

(16) Ce procédé de calcul a été utilisé et discuté par OTTORINI (1981) pour ce qui concerne l'évaluation de taux de croissance en surface terrière.

FIG. 5

Relation entre le taux de croissance annuel en hauteur
(ou l'accroissement relatif annuel de la hauteur)
et la hauteur des arbres pour les deux classes de niveaux de croissance supérieurs,
répondant au modèle général

$$(1/H) (dH/dA) = \alpha_i (1/H)^{1.961}$$

$$\{\alpha_1 \text{ (classe 1)} = 7,02868; \alpha_2 \text{ (classe 2)} = 5,83865\}$$

Scatter plot of relative annual height growth rates against height for trees
of the two best growth-level classes and fitted relation with the general model

$$(1/H) (dH/dA) = \alpha_i (1/H)^{1.961}$$

$$\{\alpha_1 \text{ (class 1)} = 7.02868; \alpha_2 \text{ (class 2)} = 5.83865\}$$

FIG. 6

Relation entre le taux de croissance annuel en hauteur et la hauteur des arbres pour les classes de niveaux de croissance 3 et 4, répondant au modèle général

$$(1/H) (dH/dA) = \alpha_i (1/H)^{1.961} \\ \{\alpha_3 (\text{classe 3}) = 4.60941 ; \alpha_4 (\text{classe 4}) = 3.91690\}$$

Scatter plot of relative annual height growth rates against height for trees of the two median growth-level classes and fitted relation with the general model

$$(1/H) (dH/dA) = \alpha_i (1/H)^{1.961} \\ \{\alpha_3 (\text{class 3}) = 4.60941 ; \alpha_4 (\text{class 4}) = 3.91690\}$$

La dispersion des valeurs du taux de croissance annuel de la hauteur dans chaque classe a tout d'abord été examinée graphiquement en fonction de l'âge. Il est apparu que la forme de dépendance du taux de croissance du frêne répondait au modèle défini par la relation (1) (voir 3.1.), le taux de croissance étant inversement proportionnel à une puissance de l'âge ; il n'a cependant pas été possible de trouver une expression commune de l'âge (puissance identique) pour les différentes classes, même en utilisant l'âge à 4,50 mètres de haut.

FIG. 7

Relation entre le taux de croissance annuel en hauteur et la hauteur des arbres pour la classe 5 de niveau de croissance le plus bas (1 seul arbre) et répondant au modèle général

$$(1/H) (dH/dA) = \alpha_i (1/H)^{1.961}$$

$$\{\alpha_i \text{ (classe 5)} = 2.37026\}$$

Scatter plot of relative annual height growth rates against height for the only one tree of the lowest growth-level class and fitted relation with the general model

$$(1/H) (dH/dA) = \alpha_i (1/H)^{1.961}$$

$$\{\alpha_i \text{ (class 5)} = 2.37026\}$$

Les valeurs prises par le taux de croissance annuel (ou accroissement relatif annuel) de la hauteur ont alors été rapportées à la hauteur (moyenne des hauteurs du début et de fin de période) :

$$(H_{i,j} + H_{i,j-1})/2$$

dans chaque classe. On aboutit dans ce cas à une expression commune du taux de croissance, fonction inverse d'une puissance de la hauteur et d'un paramètre caractérisant le niveau de croissance moyen de chaque classe.

Pour cela, la période de croissance initiale, hauteur inférieure à 4,50 mètres, a été exclue de l'analyse et les taux de croissance calculés sur des périodes égales ou supérieures à 3 ans de façon à réduire la variabilité due aux conditions particulières d'une année. L'analyse des variations de l'accroissement relatif annuel de la hauteur a finalement porté sur 473 « individus » : les figures 5, 6 et 7 présentent ces variations dans chacune des 5 classes en fonction de la hauteur et le modèle testé pour les représenter est donc le suivant :

$$(1/H_{i,j}) (dH_{i,j}/dA_{i,j}) = \alpha_i (1/H_{i,j})^\beta \quad (3)$$

où l'indice i ne représente plus l'arbre (ou la placette) mais la classe ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) et où le taux de croissance annuel de la hauteur exprimé par le premier membre de la relation est estimé par :

$$(\text{Log } H_{i,j} - \text{Log } H_{i,j-1}) / (A_{i,j} - A_{i,j-1})$$

La technique d'estimation du paramètre β est identique à celle exposée au (3.) : il suffit pour cela de prendre le logarithme de chaque membre de la relation (3) et on aboutit donc à la relation à ajuster :

$$Y_{ij} = \alpha_i + \beta X_{ij} \text{ identique à (2) où } X_{ij} = \text{Log } (1/H_{i,j})$$

La valeur commune estimée de β est la suivante : $\beta = 1,961$; les relations particulières à chaque classe (se distinguant par la valeur de α_i) ont été figurées sur les graphes des figures 5, 6 et 7 et permettent de juger visuellement de l'ajustement effectué. Pour compléter cet examen, un test statistique a été réalisé comparant le modèle décrit par (3) au modèle où β dépendrait comme α de la classe ; la comparaison des deux modèles, conformément à la présentation faite par FREESE (1964, pages 88-93) donne les résultats suivants :

	Nombre de degrés de liberté	Somme des carrés des écarts	Somme des carrés moyens
Modèle complet (β dépendant de la classe)	9	268,016	
Modèle testé (β commun aux 5 classes)	5	267,144	
Différences pour comparer les modèles	4	0,872	0,218
Variation non expliquée par le modèle complet	463	85,291	0,184
Total	473	353,307	

L'hypothèse de β commun aux 5 classes peut alors être testée en calculant :

$$F_{4/463} = \frac{0,218}{0,184} = 1,185. \text{ Cette valeur étant inférieure à celle de la table au niveau}$$

de probabilité de 5 p. 100, l'hypothèse peut être considérée valide et β unique ($\beta = 1,961$).

$$(1/H) (dH/dA) = \alpha_i (1/H)^{1,961} \quad (4)$$

4.3. Expression de la croissance en hauteur avec l'âge

L'expression de la croissance en hauteur avec l'âge va donc différer du modèle de Bailey et Clutter [relation (1)] ; elle peut être obtenue par intégration de la relation (4) écrite sous la forme :

$$H^{0,961} dH = \alpha_i dA$$

qui conduit à :

$$H^{1,961}/1,961 = \alpha_i A + k \quad (5)$$

La relation linéaire entre $H^{1,961}$ et l'âge apparaît sur les graphes des figures 8, 9 et 10 qui présentent pour les cinq classes de H'_{40} définies précédemment, la dispersion des hauteurs observées aux différents niveaux (élevées à la puissance 1,961) en fonction de l'âge pour les arbres d'une même classe.

L'estimation de k peut être faite de la même façon que celle du paramètre a de la relation (1) par l'introduction de variables indicatrices permettant d'ajuster des droites de pente α_i dépendant de la classe H'_{40} . La valeur estimée de k est alors égale à $-20,34$ et les droites ajustées pour chaque classe, de pente décroissante avec le niveau de croissance, sont représentées sur les graphes des figures 8, 9 et 10 permettant de juger de l'ajustement effectué. Le cas où le paramètre k serait dépendant de la classe a été étudié comme précédemment :

	Nombre de degrés de liberté	Somme des carrés des écarts	Somme des carrés moyens
Modèle complet (k dépendant de la classe)	9	3 417 252	
Modèle testé (k commun)	5	3 415 518	
Différences pour comparer les modèles	4	1 734	433,5
Variation non expliquée par le modèle complet	463	237 400,25	512,74
Total	473	3 654 653

FIG. 8

Dispersion des points représentant les hauteurs aux différents niveaux mesurés et les âges correspondants des arbres analysés des classes de niveaux de croissance 1 et 2 : les hauteurs ont été transformées (ordonnée) et la relation avec l'âge représentée $H^{1.961}/1.961 = \alpha_i \times \text{Age} - 20.34$ (α_i = pente des droites relatives à chaque classe).

Scatter plot of stem analysis height/age data for trees of growth-level classes 1 and 2 : height variable transformed (transformation obtained after integration of relation (4) : see the text) and linear relation with age fitted with the general model : $H^{1.961}/1.961 = \alpha_i \times \text{Age} - 20.34$ (α_i : varying slope for each class)

FIG. 9

Dispersion des points représentant les hauteurs aux différents niveaux mesurés et les âges correspondants des arbres analysés des classes de niveaux de croissance 3 et 4 ; les hauteurs ont été transformées (ordonnée) et la relation avec l'âge représentée

$$H^{1.961}/1.961 = \alpha_i \times \text{Age} - 20,34$$

(α_i = pente des droites relatives à chaque classe).

Scatter plot of stem analysis height/age data for trees of growth-level classes 3 and 4 ; height variable transformed (transformation obtained after integration of relation (4) : see the text) and linear relation with age fitted with the general model

$$H^{1.961}/1.961 = \alpha_i \times \text{Age} - 20,34$$

(α_i : varying slope for each class)

FIG. 10

Dispersion des points représentant les hauteurs aux différents niveaux de mesures et les âges correspondants des arbres analysés de la classe de niveau de croissance 5 ; les hauteurs ont été transformées (ordonnée) et la relation avec l'âge représentée

$$H^{1.961} / 1.961 = \alpha_5 \times \text{Age} - 20,34$$

($\alpha_i = \alpha_5$: pente de la droite pour la classe 5)

Scatter plot of stem analysis height/age data for the tree of growth-level class 5 : height variable transformed (transformation obtained after integration of relation (4) : see the text) and linear relation with age fitted with the general model

$$H^{1.961} / 1.961 = \alpha_5 \times \text{Age} - 20.34$$

($\alpha_i = \alpha_5$: slope for class 5)

$$F_{4/463} = \frac{433,5}{512,74} = 0,85 \text{ non significatif au seuil de 5 p. 100 et } k \text{ peut donc}$$

être considéré comme indépendant de la classe.

La croissance en hauteur du frêne répond donc au modèle général suivant :

$$H^{1.961} / 1.961 = \alpha_i A - 20,34 \quad (6)$$

(H en mètres et A en années)

où α_i représente le niveau de croissance de l'arbre.

La relation (5) a été ajustée individuellement aux 45 arbres analysés et les courbes résultantes comparées graphiquement aux courbes issues des analyses de tige. A cause

TABLEAU 2

Qualité de l'ajustement des courbes hauteur/âge des analyses de tige appréciée par classe d'âge
(tableau présenté toutes classes de niveau de croissance confondues)

Quality of fitting of height growth curves obtained from stem analysis : relation (5) (see the text)
(Comparison of observed versus estimated heights made within age classes but ignoring growth-level classes)
fitted to every 45 trees can be considered unbiased

	Classes d'âge										
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Erreur relative moyenne de la hauteur estimée (en %)	0,92	1,08	0,61	— 0,96	— 0,65	0,12	0,86	1,62	— 1,52	— 1,45	— 1,51
Ecart-type de l'erreur relative	12,40	1,83	4,94	3,77	2,43	2,92	2,85	1,86	0,70	2,17	
Nombre d'observations	21	83	86	76	84	61	34	9	3	4	1
Ecart-type de l'erreur relative moyenne	2,71	1,30	0,53	0,43	0,27	0,35	0,49	0,62	0,40	1,09	

du nombre de ces courbes, elles n'ont pas été représentées ici mais le tableau suivant, qui donne les valeurs moyennes des erreurs relatives commises sur l'estimation de la hauteur par classe d'âge ainsi qu'une mesure de la dispersion de ces erreurs, permettra de juger de l'ajustement effectué.

Ainsi l'erreur relative moyenne par classe d'âge commise sur la hauteur estimée est-elle pratiquement toujours inférieure à 1 p. 100 (en valeur absolue), des erreurs supérieures à 1 p. 100 apparaissant seulement pour les âges supérieurs à 70 ans pour lesquels on disposait de peu de données. S'il existe quelques différences significatives entre les hauteurs estimées et les hauteurs observées pour certaines classes d'âge (en particulier 30-40 et 40-50) elles sont très faibles puisque inférieures à 1 p. 100 en moyenne ; ces différences peuvent être attribuées en grande partie aux « accidents » de croissance signalés précédemment et qui se situent majoritairement pendant cette période, la régularisation des courbes par l'ajustement effectué tendant à compenser les ralentissements de croissance.

5. - Application : expression générale de la croissance en hauteur

La relation (6) exprime la croissance en hauteur du frêne fonction de l'âge et du niveau de croissance α_i de l'arbre. Tout comme le paramètre b_i de la relation (1) (voir 3.1.), α_i peut s'exprimer en fonction de la hauteur H_{Ar} atteinte à un âge de référence A_r : l'âge de 40 ans déjà utilisé pour définir les classes de niveau de croissance suivant la hauteur des arbres à cet âge (voir 4.1.) a été retenu comme âge de référence, la précision sur l'estimation de la hauteur à cet âge étant bonne (cf. tableau 2).

De la relation (6) on tire :

$$H_{40}^{1,961}/1,961 = \alpha_i \times 40 - 20,34$$

$$\alpha_i = (H_{40}^{1,961}/1,961 + 20,34) \frac{1}{40}$$

$$H^{1,961}/1,961 = \frac{1}{40} (H_{40}^{1,961}/1,961 + 20,34) A - 20,34 \quad (7)$$

où H et H_{40} sont exprimés en mètres et l'âge A en années.

La figure 11 est une représentation de cette relation entre la hauteur et l'âge du frêne pour différents niveaux de H_{40} : on a porté directement en ordonnées $H^{1,961}/1,961$ pour avoir la représentation linéaire exprimée par la relation (7). La figure 4 présente cette même relation avec les variables habituelles non transformées, rendant compte de l'allure générale de la croissance en hauteur du frêne et permettant de juger globalement de l'ajustement réalisé des courbes d'analyses de tige.

Ces courbes ne présentent pas d'asymptote de par le modèle utilisé et ne doivent être utilisées que jusque vers 80 ans. La hauteur minimale prédite est de 4,5 mètres, hauteur atteinte à un âge d'autant plus grand que le niveau de croissance H_{40} est

faible ; il n'a pas été tenté de raccorder ces courbes à l'origine, la croissance en hauteur dans cet intervalle étant souvent fonction d'un grand nombre de facteurs difficiles à prendre en compte et donc assez mal reliée à la productivité. Les courbes obtenues ne sont pas proportionnelles (cf. 3.1.), surtout dans le jeune âge ; les taux de croissance en hauteur ne deviennent sensiblement égaux que vers 80 ans.

FIG. 11

Relation (7) exprimant la croissance en hauteur des frênes dominants en fonction de l'âge et de la hauteur atteinte à 40 ans (H_{40}), l'axe des ordonnées étant gradué suivant $(H^{1.961}/1.961)^{(17)}$, pour différents niveaux de H_{40} .

Ash (*Fraxinus excelsior*) : Height growth curves for dominant trees when growth-level (height at 40 years old) is varying : scale of vertical axis is $(H^{1.961}/1.961)^{(17)}$ (see Figure 4 for traditional scales). This chart obtained with relation (7) (see the text) can be used to estimate height at age 40 knowing height and age as well as height at any age knowing height at age 40.

(17) Analogue à une échelle logarithmique.
Same as a logarithmic scale.

Utilisée pour prédire la hauteur moyenne de frênes dominants à un âge donné sur une station donnée (cf. 2.), la relation (7) nécessite de disposer d'une estimation du niveau de croissance H_{40} pour la station : c'est le but de la deuxième partie de l'étude qui analysera les variations de H_{40} avec certains facteurs du milieu. Connaissant H_{40} , l'abaque de la figure 11 fournit immédiatement la hauteur atteinte à tout âge : il suffit pour cela de tracer la droite passant par le point d'intersection commun de toutes les droites avec l'axe des ordonnées et le point de coordonnées ($A = 40$; $H = H_{40}$).

Mais la relation (7) fournit aussi une estimation du niveau de croissance H_{40} d'un arbre de hauteur H et d'âge A donnés. Il est en effet possible d'inverser la relation, conformément à ce qui a été dit au chapitre 2., les paramètres ayant été estimés indépendamment de l'âge de référence et donc de H_{40} :

$$H_{40}^{1,961} / 1,961 = \frac{1}{A} (H^{1,961} / 1,961 + 20,34) 40 - 20,34 \quad (8)$$

(H et H_{40} sont en mètres, l'âge A en années).

L'abaque de la figure 11 permet là encore une évaluation rapide de H_{40} connaissant H et A . Le niveau de croissance H_{40} ainsi déterminé pouvant cependant dépendre du traitement subi par les arbres comme nous le verrons dans la deuxième partie de l'étude, l'intérêt de la relation (8) sera de permettre d'estimer la hauteur à 40 ans des quatre autres arbres mesurés dans chaque placette, permettant ainsi, on l'espère, une estimation du niveau de croissance « moyen » des arbres dominants sur chacune des 53 placettes retenues pour l'étude de la productivité du frêne dans cette région.

6. - Conclusion

Les analyses de tige permettent de reconstituer la croissance en hauteur des arbres et en particulier de relier celle-ci à leur niveau de croissance identifié de façon commode et habituelle par la hauteur atteinte à un âge de référence fixé. Le but de cette étude était ainsi d'établir une relation pour le frêne donnant la meilleure estimation possible du niveau de croissance d'arbres dominants à partir de la seule connaissance de leur hauteur et de leur âge.

Compte tenu du but recherché, beaucoup de temps a été consacré à l'analyse et à l'essai d'application des méthodes traditionnelles faisant appel à la *hauteur à l'âge de référence*, évaluée directement à partir des données de base, comme variable prédictive du modèle de croissance en hauteur utilisé. L'emploi de ces méthodes n'a pas permis d'aboutir au résultat attendu et la cause peut en être recherchée dans les inconvénients inhérents à celles-ci ; c'est pourquoi il nous a semblé important de faire l'exposé de ces méthodes et de leurs inconvénients au début de cette étude. Une certaine irrégularité des courbes d'analyses de tige du frêne et en particulier les ralentissements de croissance observés pour certains arbres aux alentours de 40 ans ont sans aucune doute empêché qu'une relation liant la hauteur du frêne à l'âge et à la hauteur à 40 ans puisse être établie de cette façon.

Une méthodologie particulière permettant d'analyser globalement les données hauteur/âge provenant des analyses de tige, sans devoir spécifier *a priori* le niveau de croissance des arbres analysés, a alors été développée et a permis, tout en rendant bien compte des différentes allures de croissance en hauteur observées, de conduire au résultat souhaité. La relation finale [relation (7)] liant la hauteur du frêne à son âge et à la hauteur à 40 ans est indépendante de l'âge de référence choisi et permet donc d'estimer le niveau de croissance H_{40} d'arbres de hauteur et d'âge déterminés [relation (8) déduite de la relation (7)].

Ces résultats vont ainsi servir de base à la seconde partie de cette étude ⁽¹⁸⁾ qui a pour objet d'analyser les variations du niveau de croissance du frêne avec les conditions de milieu dans 53 placettes et qui pour cela s'appuiera sur la hauteur moyenne estimée à 40 ans de 5 arbres dominants dont on a mesuré la hauteur et l'âge dans chaque placette.

Dans la mesure où une relation pourra être trouvée, liant le niveau de croissance du frêne à certaines variables mesurées du milieu, il sera possible non seulement de caractériser la productivité d'une station, susceptible de porter du frêne, à partir de la valeur ainsi estimée de la hauteur à 40 ans, mais aussi de prévoir la croissance en hauteur du frêne sur ce site en remplaçant H_{40} par sa valeur dans la relation (7).

Plus généralement, une telle démarche pourrait être étendue à d'autres espèces, en particulier aux autres essences feuillues précieuses (merisier, érable...) susceptibles comme le frêne de permettre la transformation ou la conversion des taillis et taillis-sous-futaie pauvres en futaie feuillue.

La mesure de la productivité relative pour chacune de ces essences sur une station donnée pourrait alors fournir un élément de base pour le choix de l'essence à favoriser ou à introduire lors de la conversion ou de la transformation de taillis ou taillis-sous-futaie présents sur cette station.

Reçu pour publication le 20 octobre 1981.

Remerciements

1) Les frênes dont on a fait l'analyse de tige ont pu être choisis dans des peuplements reconnus au préalable par DELEPORTE (1979) à l'occasion d'une étude sur la typologie des stations à frêne et à merisier en région Nord-Picardie faite dans le cadre du même contrat.

2) L'abattage et la découpe en billons des arbres analysés a été possible avec l'agrément des particuliers, propriétaires des bois concernés.

3) Le traitement des données d'analyses de tiges a fait largement appel à la programmation statistique de la Station de Biométrie du C.N.R.F., éditée maintenant sous forme de Manuel (BACHACOU J., MASSON J.-P., MILLIER C., 1981); l'aide du personnel technique de cette station nous a souvent été très utile.

4) Le recueil du matériel d'étude sur le terrain, l'interprétation des analyses de tige et la mise en forme des données utilisées ont été réalisés par L. GARROS et R. CANTA, techniciens à la Station de Sylviculture et de Production du C.N.R.F. avec l'aide de D. FERTIN

(18) Il sera rendu compte de ce travail dans une prochaine publication.

du C.R.P.F. Nord-Picardie, notamment pour la localisation des frênes dans les peuplements et les relations avec les propriétaires forestiers.

5) La publication de ce travail a elle-même bénéficié de l'aide de L. GARROS pour la présentation des figures et tableaux et de R. GROSS pour la dactylographie et la mise en page du manuscrit.

6) Enfin, nous tenons à remercier N. DECOURT et P. DUPLAT, lecteurs du manuscrit, dont les remarques et suggestions ont permis souvent de rendre plus clairs et plus explicites les faits exposés dans cet article.

Summary

Ash-tree productivity in Nord-Picardie region

A. - Height-age curves

The relative productivity for ash of stands actually managed as coppice or coppice-with-standards and with low productive capacity had to be investigated for the needs of a general study on ways to improve these stands in Nord-Picardie region : ash may allow their conversion to high hardwood forests.

A productivity index, mean height of dominant ash trees at an index age, will be estimated from the site factors related to growth of ash, for the purpose of this study.

The present paper reports the first part of the study in which the characteristic height/age relationships for varying growth-levels (height reached at 40 years old) were estimated from stem analysis data of dominant trees. A comparative study of the different methods used to analyse height/age data has first been made to show the interest of the choice of the method used in this work and which does not need to quantify the growth-level of trees with the data before estimating parameters.

As a main result, it has been possible to relate the height of dominant ash trees directly to age, index age and height at index age. Parameters of this function have been estimated by two successive linear regressions avoiding use of non linear regression.

Références bibliographiques

- ALDER D., 1980. Classement de la station (détermination de la fertilité). Les méthodes de régression sériées. Dans « Estimation des volumes et accroissement des peuplements forestiers. Vol. 2, étude et prévision de la production ». Etude F.A.O. : Forêts, Rome, 1980, 60-70.
- BACHACOU J., MASSON J.-P., MILLIER C., 1981. Manuel de la programmatisation statistique. I.N.R.A., Département de Biométrie, C.N.R.F., Champenoux.
- BAILEY Robert L., CLUTTER Jerome L., 1974. Base-Age invariant polymorphic site curves. *For. Sci.*, **20** (2), 155-159.
- BARTET, 1891. Recherches sur le mode d'accroissement des chênes de taillis-sous-futaie. *Rev. Eaux Forêts*, septembre 1891, 393-405.
- CARMEAN Willard H., 1972. Site index curves for upland oaks in the Central States. *For. Sci.*, **18**, 109-120.
- CARMEAN Willard H., 1975. Forest site quality evaluation in the United States. *Adv. Agron.*, **27**, 209-269.

- CURTIS Robert O., DeMARS Donald J., HERMAN Francis R., 1974 a. Which dependent variable in site index-height-age regression ? *For. Sci.*, **20** (1), 74-87.
- CURTIS Robert O., HERMAN Francis R., DeMARS Donald J., 1974 b. Height growth and Site Index for Douglas-fir in high-elevation forests of the Oregon-Washington Cascades. *For. Sci.*, **20** (4), 307-316.
- DAHMS, WALTER G., 1963. Correction for a possible bias in developing site index curves from sectioned tree data. *J. For.*, **61** (1), 25-27.
- DECOURT N., 1972. Méthode utilisée pour la construction rapide de tables de production provisoires en France. *Ann. Sci. for.*, **29** (1), 35-48.
- DELEPORTE Ph., 1977. Essai d'une typologie des stations à frêne et à merisier en Nord-Picardie. *Mémoire de 3^e année E.N.I.T.E.F.*
- DRAPER N., SMITH H., 1966. Applied regression analysis. John Willey and Sons, Inc.
- FISCHER Ronald A., 1970. Time diagrams, growth rate and relative growth. In : « Statistical methods for research workers », OLIVER and BOYD, Edinburgh : Tweeddale court, 1980, 24-29.
- FRESE Frank, 1964. Linear regression methods for forest research. U.S. Forest Service. Forest Products Laboratory, Madison, Wis.
- HEGER L., 1973. Effect of index age on the precision of site index. *Can. J. for. Res.*, **3**, 1-6.
- HUBERT M., 1979. Le balivage. Une solution économique et sans risque pour la mise en valeur de certains taillis ou taillis-sous-futaie pauvres. I.D.F. Paris, 35 p.
- LENHART J. David, 1972. An alternative procedure for improving height/age data from stem analysis. *For. Sci.*, **18**, 332.
- OTTORINI J.M., 1981. Application des données de l'I.F.N. à l'étude de la production du pin sylvestre en Margeride. B. Etude de la production totale en volume. *Ann. Sci. for.*, **38** (4), 487-502.
- RIOU-NIVERT, 1978. Etude des critères de choix entre les différentes solutions de mise en valeur des taillis et taillis-sous-futaie. *Mémoire E.N.I.T.E.F. 3^e année*, 151 p.
- STAGE Albert R., 1963. A mathematical approach to polymorphic site index curves for Grand Fir. *For. Sci.*, **9** (2), 167-180.