

## **Influence de la formule de cubage et de la longueur des billons sur la détermination du volume des arbres abattus**

R. PALM

*Chaire de Statistique et Informatique, Faculté des Sciences agronomiques,  
Gembloux, Belgique*

### **Résumé**

Sur la base de données relatives à 150 frênes, une étude comparative a été réalisée dans le but de chiffrer l'influence, sur le cubage des arbres abattus, du nombre de mesures effectuées sur ces arbres et du mode de calcul du volume à partir de ces mesures.

Seules les techniques basées sur le cubage de billons successifs de longueur absolue fixée ont été retenues. Le volume de ces billons a été déterminé par la formule de HUBER, par la formule de SMALIAN, par la formule du tronc de cône et par l'ajustement des fonctions « spline ». Les calculs ont été effectués en prenant en considération l'ensemble des mesures réalisées sur le terrain, en négligeant une mesure sur deux, deux mesures sur trois et enfin trois mesures sur quatre.

L'auteur conclut que la réalisation des mesures de 50 en 50 cm sur les deux premiers mètres, de mètre en mètre jusqu'à 10 m de hauteur et de 2 en 2 m au-delà, et le cubage de ces billons par la formule du tronc de cône conduit à un volume pratiquement exempt d'erreur systématique, quelle que soit la hauteur ou la circonférence de recoupe envisagée.

### **1. - Introduction**

Le but de la présente étude est de chiffrer l'influence sur l'exactitude des résultats, d'une part, du nombre de mesures réalisées sur les arbres abattus, et, d'autre part, du mode de calcul du volume à partir de ces mesures.

Depuis la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle, de nombreux auteurs ont établi des formules de cubage nécessitant relativement peu de mesures et se basant sur des hypothèses simples concernant la forme des arbres (PRODAN, 1965). Cependant, à cause des importantes irrégularités du profil de la tige, ces formules ne peuvent conduire à une estimation précise du volume d'un arbre entier.

Comme l'a souligné GROSENBAUGH (1966), seul un grand nombre de mesures de grosseurs réalisées tout au long de la grume permet de définir avec précision la forme de l'arbre. Ces mesures peuvent être faites à des hauteurs relatives ou à des hauteurs absolues fixées *a priori*. La seconde technique sera uniquement retenue car la réalisation pratique des mesures à des hauteurs relatives fixées est nettement plus compliquée sur le terrain. Par conséquent, le gain de temps lié à l'éventuelle réduction du nombre de données à récolter, par rapport aux méthodes de cubage basées sur des mesures effectuées à des hauteurs fixées en valeur absolue, sera négligeable.

Le cubage des arbres à partir des fonctions de défilement sera également exclu de cette étude. En effet, ces fonctions sont en général établies dans le but de décrire le profil moyen des arbres et non destinées au cubage d'arbres individuels.

Après une présentation des données dendrométriques utilisées et des calculs réalisés (paragraphe 2), nous comparerons les résultats obtenus par plusieurs formules de cubage et pour diverses longueurs de billons (paragraphe 3). Quelques conclusions termineront ce texte (paragraphe 4).

## 2. - Données dendrométriques utilisées et calculs réalisés

Dans le cadre d'une étude dendrométrique relative au frêne (DAGNELIE *et al.*, 1969), environ 150 arbres abattus ont fait l'objet de mesures nombreuses et soignées : pour chaque arbre, les circonférences ont été mesurées tous les 50 cm jusqu'à 10 m de hauteur et de mètre en mètre au-delà de 10 m de hauteur. Les circonférences inférieures à 22 cm n'ont cependant pas été notées. Le tableau 1 donne la répartition des arbres en fonction de leur circonférence à 1,30 m et de la hauteur.

TABLEAU 1

*Répartition des arbres en fonction de leur circonférence à 1,30 m (c)  
et de leur hauteur du bois fort (Hbf)*

*Distributions of girth at breast height (c) and height at top diameter of 7 cm (Hbf)*

Hbf (m) c (cm)	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0	22,0	24,0	To- taux
	à 9,9	à 11,9	à 13,9	à 15,9	à 17,9	à 19,9	à 21,9	à 23,9	à 25,9	
50 à 59 ....	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1
60 à 69 ....	2	6	4	1	3	3	—	—	—	19
70 à 79 ....	1	—	1	2	6	4	4	—	—	18
80 à 89 ....	—	2	2	2	8	8	4	—	—	26
90 à 99 ....	—	—	1	5	7	9	3	3	—	28
100 à 109 ....	—	—	—	5	3	4	1	—	—	13
110 à 119 ....	—	—	—	2	4	3	2	—	—	11
120 à 129 ....	—	—	—	2	4	1	3	—	—	10
130 à 139 ....	—	—	—	—	1	1	2	—	—	4
140 à 149 ....	—	—	—	—	1	3	1	—	—	5
150 à 159 ....	—	—	—	—	—	3	—	—	1	4
160 à 169 ....	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1
170 à 179 ....	—	—	—	—	1	—	1	—	—	2
180 à 189 ....	—	—	—	—	1	—	2	—	—	3
190 à 199 ....	—	—	—	—	—	—	—	1	1	2
200 à 209 ....	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1
210 à 219 ....	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0
220 à 229 ....	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0
230 à 239 ....	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0
240 à 249 ....	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
Totaux .....	4	8	8	19	39	39	23	6	3	149

A partir de ces données, quatre méthodes de calcul du volume ont été comparées. Les trois premières, basées sur le cubage indépendant des billons successifs, se différencient par la formule de cubage adoptée. Les billons ont, en effet, été cubés par :

- la formule du cylindre ;
- la formule du tronc de parabolôïde ;
- la formule du tronc de cône.

Quant à la quatrième méthode, elle se base sur l'ajustement des fonctions « spline ». Cette technique, proposée par BOUCHON (1974), consiste à relier deux mesures de grosseurs successives par une courbe de profil correspondant à un polynôme du troisième degré. Les paramètres de ces différentes équations sont calculés de manière à assurer un ensemble de contraintes (GREVILLE, 1967). Comme l'objectif poursuivi est uniquement un calcul de volumes, ces fonctions ont été établies directement à partir des sections et non pas à partir des circonférences ou des diamètres.

De plus, dans le but de déterminer, pour chaque méthode de cubage, l'influence de la longueur des billons, les arbres ont été cubés :

- en tenant compte de l'ensemble des mesures réalisées sur le terrain ;
- en négligeant environ une mesure sur deux ;
- en négligeant environ deux mesures sur trois ;
- en négligeant environ trois mesures sur quatre.

La figure 1 donne une représentation schématique des mesures prises en considération pour ces quatre modalités de traitement de données. Il faut remarquer que, dans chaque cas, les mesures faites au niveau de la souche et à 50 cm ont été conservées afin d'éviter que les erreurs dues à l'empatement ne masquent les écarts liés aux diverses méthodes. De plus, nous avons admis que la mesure de la souche a été réalisée à une hauteur de 10 cm au-dessus du niveau du sol, et que cette mesure est identique à la circonférence de la base de l'arbre.

Enfin, dans chacun des 16 cas envisagés, le volume des arbres a été calculé pour des hauteurs de recoupe fixées de mètre en mètre jusqu'à 10 m de hauteur et de deux en deux mètres au-delà, de manière à mettre en évidence les écarts existant entre les méthodes testées au niveau des diverses parties de l'arbre.

### 3. - Analyse des résultats

#### 3.1. *Comparaison des méthodes de référence*

Les résultats obtenus par les quatre méthodes de calcul du volume, lorsque toutes les mesures récoltées sur le terrain sont prises en considération, montrent que les écarts les plus importants s'observent au niveau du premier mètre de fût. Pour ce billon, la formule de HUBER donne un volume moyen sensiblement inférieur aux autres méthodes (149,9 dm<sup>3</sup>), tandis que la formule de SMALIAN donne le résultat le plus élevé (166,3 dm<sup>3</sup>). En fait, dans le cas particulier du billon de base, on

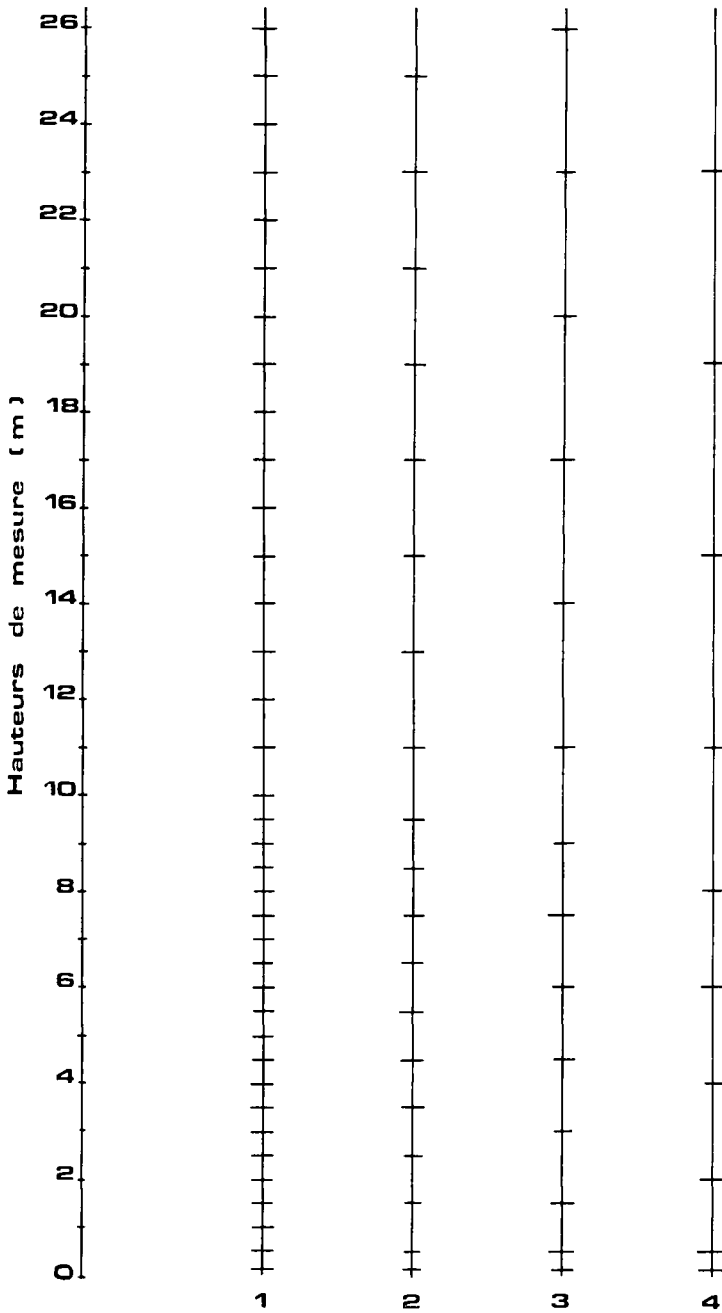


FIG. 1

*Localisation des hauteurs de mesure pour les différentes modalités testées (modalité 1 = référence)*

*Localization of height measurements for the different modalities tested (modality 1 = reference)*

peut dire que ces deux résultats sont biaisés. Dans cette portion de la tige, en effet, les irrégularités sont faibles et la forme se rapproche davantage du tronc de cône ou du tronc de néloïde (HUSCH *et al.*, 1972 ; PRODAN, 1965). La formule de HUBER conduit, dans ces conditions, à une sous-estimation et la formule de SMALIAN à une surestimation. Par contre, pour ce billon, l'utilisation des fonctions « spline » et la formule du tronc de cône donnent des résultats très voisins (161,4 dm<sup>3</sup> et 163,4 dm<sup>3</sup>). Dans la mesure où, pour cette partie de l'arbre, l'hypothèse d'un billon néloïdique est tout aussi plausible que l'hypothèse d'un billon conique, ce billon de base a également été cubé par la formule du tronc de néloïde. Le résultat obtenu (162,5 dm<sup>3</sup>) est pratiquement identique aux valeurs obtenues par les fonctions « spline » et par la formule du tronc de cône.

En ce qui concerne la portion de la tige située entre 2 et 7 m, les différences entre les quatre méthodes de cubage sont à peu près nulles, du fait de la grande régularité et de la faible décroissance du fût.

Pour la partie du fût comprise entre 7 et 12 m, le cubage par la formule de HUBER conduit, en moyenne, à un résultat de 1 à 1,5 p. 100 inférieur aux volumes obtenus par les autres méthodes.

Enfin, à partir de 12 m, les fonctions « spline » donnent des volumes de billons systématiquement supérieurs, alors que le tronc de cône conduit à des valeurs systématiquement inférieures aux volumes calculés par la formule de HUBER et de SMALIAN. Toutefois, les écarts restent faibles, d'autant plus qu'ils concernent une partie de l'arbre de moindre importance commerciale.

### 3.2. Influence de la longueur des billons

Dans le cas du cubage par la formule de HUBER, l'augmentation de la longueur des billons donne lieu, dans la partie supérieure de l'arbre, à un volume excessif, alors que la partie inférieure est sous-estimée.

L'étude de l'évolution de l'erreur affectant les diverses portions du fût est cependant malaisée. Elle est, en effet, dans une large mesure, fonction de la position du billon envisagé par rapport aux mesures réalisées. Comme on pouvait s'y attendre, cette formule est mal adaptée au calcul de volumes correspondant à diverses hauteurs ou circonférences de recoupe. La méthode n'est satisfaisante que pour l'entièreté d'un billon dont on connaît la circonférence à mi-hauteur, car, dans ce cas, l'erreur systématique par défaut commise sur la moitié inférieure est à peu près compensée par l'excès commis sur la moitié supérieure.

Lorsque les billons sont cubés par la formule de SMALIAN ou par la formule du tronc de cône, la diminution du nombre de mesures donne lieu à des valeurs excessives à la base et au sommet des arbres. Ces erreurs augmentent avec la longueur des billons et sont, dans l'ensemble, moins importantes pour la formule du tronc de cône. Dans ce cas, les erreurs commises sur les différentes parties du fût sont inférieures à 2 p. 100 pour la modalité 2, inférieures à 3 p. 100 pour la modalité 3, mais peuvent atteindre 6 à 8 p. 100 pour la modalité 4.

Enfin, l'utilisation des fonctions « spline », lorsque la longueur des billons augmente, conduit à des résultats aberrants dans la partie inférieure de la tige. A titre

d'exemple, pour la modalité 4, la sous-estimation atteint 40 p. 100 pour les deux premiers mètres du fût, alors que la portion de la tige comprise entre 2 et 4 m est largement surestimée (erreur de 38 p. 100). Les contraintes imposées au modèle (continuité du modèle, de ses dérivées première et seconde) font en sorte que les fonctions peuvent avoir un comportement tout à fait inattendu, donnant parfois lieu à des volumes estimés négatifs.

#### 4.- Conclusions

Les résultats obtenus par la formule de HUBER ont montré que cette technique présente plusieurs inconvénients. La méthode conduit à une sous-estimation de la base des arbres et est mal adaptée au calcul de volumes correspondant à des découpes définies en hauteur ou en circonférence. Elle présente en outre le désavantage d'exiger que les mesures soient réalisées sur le terrain à des hauteurs correspondant exactement aux centres des billons. Il en résulte que des mesures de circonférences supplémentaires éventuellement récoltées (circonférence à 1,30 m, circonférence à la hauteur du bois fort, etc.) sont inutilisables pour le cubage des arbres.

Quant aux résultats obtenus par les fonctions « spline », ils sont fortement influencés par le nombre de mesures effectuées. Et, bien que les résultats soient bons dans la partie supérieure des arbres, la méthode est déconseillée à cause des erreurs inacceptables auxquelles elle donne lieu sur les premiers mètres du fût, qui, du point de vue commercial, sont les plus importants.

L'utilisation de la formule de SMALIAN et de la formule du tronc de cône donnent, dans l'ensemble, des résultats relativement proches. Toutefois, l'hypothèse de billons de forme paraboloidique conduit à un volume surestimé au niveau de la base de l'arbre, quelle que soit la longueur des billons. Pour la partie supérieure du fût, on constate également, par rapport aux méthodes de référence, une surestimation plus importante dans le cas de la formule de SMALIAN, lorsque la longueur des billons augmente.

En conclusion, l'hypothèse de billons tronconiques offre donc le plus d'avantages. En effet :

— contrairement à la méthode de HUBER, elle peut être utilisée quelles que soient les hauteurs auxquelles les mesures ont été réalisées et elle fournit une approximation de la courbe de profil de chaque arbre ;

— par rapport aux autres méthodes testées, elle est la moins influencée par l'augmentation de l'intervalle entre deux mesures successives, ce qui laisse supposer que, en moyenne, l'hypothèse de la succession de billons tronconiques donne lieu à une approximation valable de la courbe de profil des arbres.

D'autre part, on constate également que les erreurs commises sur les différentes parties du fût augmentent lorsque l'intervalle entre deux mesures successives augmente. Il y a donc intérêt à ne pas réduire exagérément le nombre de mesures à réaliser sur le terrain, surtout si les données récoltées doivent servir au calcul de volumes correspondant à des portions d'arbres, définies par des limitations fixées en

longueur ou en grosseur. En vue de l'établissement de tarifs de cubage, la réalisation de mesures de 50 cm en 50 cm sur les deux premiers mètres du fût, de mètre en mètre jusqu'à une hauteur de 10 m, et de deux en deux mètres au-delà semble constituer un compromis acceptable entre la rapidité de la récolte et l'exactitude des résultats. Une vingtaine de mesures de circonférence seraient donc réalisées sur un arbre de 25 m de hauteur de bois fort. Cette modalité de récolte se différencie essentiellement de la modalité 2 (figure 1) par les deux mesures supplémentaires réalisées à 1 m et à 2 m de hauteur. L'adjonction de ces deux mesures supprimerait l'excès moyen de 1 p. 100 commis sur cette portion des arbres. Par rapport aux modalités 3 et 4, le nombre de mesures à réaliser est augmenté de 25 à 50 p. 100 environ. Le temps moyen consacré à la mesure d'un arbre serait toutefois augmenté dans une proportion sensiblement moindre, car une partie importante du temps est consacrée aux déplacements et au déroulement du décimètre nécessaire aux mesures des hauteurs. L'augmentation de la qualité des données ainsi obtenues semble bien justifier ce léger supplément de travail.

Enfin, il ne faut pas perdre de vue que cette étude a été réalisée sur une essence feuillue. Il est assez vraisemblable que dans le cas de résineux de forme assez régulière, le nombre de mesures puisse être réduit dans une proportion sensible, par exemple, en espaçant les mesures de deux en deux mètres dès cinq mètres de hauteur et de trois en trois mètres au-delà d'une hauteur de 10 m.

*Reçu pour publication le 20 octobre 1981.*

### Summary

#### *Influence upon volume determination of felled trees of the length of the logs and of the volume formula*

A comparative study has been carried out in order to determine the influence upon volume determination of the number of circumference measurements made on the stem and of the method used to compute the volume.

This study only concerns the methods based on volume determination after dividing the stem into sections of fixed absolute length. Volumes of individual sections have been computed by using HUBER's formula, the formula of the frustum of a cone and by the use of spline functions. First the determination of volume was based upon all the circumference measurements. Then, one measurement out of two, two measurements out of three, three measurements out of four were neglected.

In order to eliminate systematic error, the author concludes that measurements should be made at intervals of 50 cm in the first two metres, at intervals of 1 m between two and ten metres, at intervals of 2 m above ten metres. Volume of individual sections should be determined by using the formula of the frustum of a cone.

### Références bibliographiques

- BOUCHON J., 1974. *Les tarifs de cubage*. Nancy, Inst. Nat. Rech. For. et Ec. Nat. Génie Rural, Eaux et Forêts, 135 p.
- DAGNELIE P., RONDEUX J., THILL A., 1969. Etude dendrométrique du frêne commun (*Fraxinus excelsior* L.). *Bull. Rech. Agron. Gembloux*, N.S. 4, 378-410.

- GREVILLE T.N.E., 1967. Spline functions, interpolation, and numerical quadrature. *In* : RALSTON A. et WILF H., *Mathematical methods for digital computer*, vol. 2, New York, Wiley, 287 p.
- GROSENBAUGH L.R., 1966. Tree form : definition, interpolation, extrapolation. *For. Chron.*, **42**, 444-457.
- HUSCH B., MILLER C., BEERS T., 1972. *Forest mensuration*. New York, The Ronald Press Co., 410 p.
- PRODAN M., 1965. *Holzmesslehre*. Frankfurt am Main, J.D. Sauerlander's Verlag, 644 p.