Ann Sci For (1990) 47, 229-239

Article original

La loi tronquée de de Liocourt

RB Chevrou

Inventaire Forestier National,
antenne «recherches» et cellule ressources, place des Arcades - BP 1,
Maurin, 34970 Lattes, France

(reçu le 5 décembre 1988; accepté le 12 décembre 1989)

Résumé – La loi tronquée est une nouvelle loi de distribution des nombres d'arbres par catégorie de diamètres qui s'exprime par la formule:

$$N(*, i) = \frac{1}{(1+\alpha)} \left[N(*, i-1) - \alpha M e^{-(1+\alpha)\beta} \frac{\beta^i}{i!} \right]$$

où :
$N(*, i)$ est le nombre d'arbres dans la catégorie de diamètres i (i entier prenant des valeurs de 0 à $+\infty$);
M est un coefficient de proportionnalité;
α et β sont les 2 paramètres de la loi tronquée. Quand β tend vers l'infini, $(1 + \alpha)$ est égal au paramètre de la loi de de Liocourt, avec $N(*, i) = N(*, i-1) / (1 + \alpha)$.

Les propriétés de cette loi tronquée semblent devoir expliquer diverses «anomalies» observées par les forestiers:
- excès fréquent de bois moyens et déficit fréquent de gros bois;
- relation mal vérifiée entre le site et le paramètre de de Liocourt.

Cette loi tronquée permet de donner une valeur «raisonnable» au diamètre d'exploitabilité : $DM = 5\beta$.

loi de Liocourt / distribution des arbres par catégorie de diamètres

Summary – The de Liocourt's truncated law. *The truncated law is a new diameter distribution which fits real data in the diameter classes better than de Liocourt's law does, for regular stands as well as irregular ones.*

The formula of the truncated law is:

$$N(*, i) = \frac{1}{(1+\alpha)} [N(*, i-1) - \alpha M e^{-(1+\alpha)\beta} \frac{\beta^i}{i!}]$$

where:
$N(*, i)$ = *is the number of trees in the diameter class i (i integer varying from 0 to* $+\infty$*);*
M is a proportional coefficient; α *and* β *are the 2 parameters of the truncated law. When* β *tends to infinity,* $1 + \alpha$ *is the usual de Liocourt's q-ratio with* $N(*, i) = N(*, i-1) / (1 + \alpha)$.

This truncated law may be written in a different way with an accessory variable which gives a meaning to some of its properties:

$$N(a, i) = \frac{\alpha M}{c} e^{-\alpha a/c} \frac{e^{-a/c}(a/c)^i}{i!}$$

where: a *is a continuous real variable in* $[0, +\infty[$; c *is a parameter;* N (a, i) *is the number of trees for the value* a, *in the diameter class* i; *M is the total number of trees when a takes all values in* $[0, +\infty[$, *and* i *all values in* $[0, +\infty[$.

When a_m *is the maximum value given to the variable* a:

$$N(*, i) = \int_0^{a_m} N(a, i)\, da$$

The normal form of the truncated law, given above, is obtained with $\beta = a_m/c$. a *may be seen as the age;* a_m *is the maximum value given to the age* a, *for instance the exploitable age of the stands. The total number* N(a,*), *of trees of age* a *decreases when the age* a *increases, according to a negative exponential function. The number of trees,* N(a,i), *of age* a *in the diameter class* i *follows a Poisson distribution with parameter* a/c. *The average diameter* d(a) *of the trees which have an age equal to* a *is:* d(a) = u a/c, *where* u *is the diameter class width. The parameter c is a length of time related to the average diameter growth; it depends on silviculture and environmental conditions. So:* DM = $d(a_m)$ = u a_m / c; *and* $\beta = a_m/c$ = DM/u *The parameter* β *can be related to the maximum value* a_m *of the age of the stands, or to the average diameter* DM *of the trees which have the maximum age* a_m, *known or not. The value* DM *may be a useful index for irregular stands, instead of the exploitable age* a_m *used for regular stands. The average age* a(i) *of the trees in the diameter class* i *is:*

$$a(i) = \frac{c(i + 1)\, N(*, i + 1)}{N(*, i)}$$

The average diameter growth of the trees in the diameter class i *is:* Δd(i) :

$$\Delta d(i) = \frac{5}{c}\, \frac{N(*, i - 1)}{N(*, i)}$$

Several examples, with figures, are given to show that this truncated law fits real data well (numbers of trees, volumes, and average ages) in the diameter classes, for balanced regular stands as well as for irregular stands. The value of the parameter α *can be related to regeneration. A negative value of* α *seems to indicate that the regeneration has not been sufficient in the +period preceding the survey. This truncated law seems to explain several drawbacks of the original de Liocourt's law:*

– An excess number of medium size trees, and a shortage in the number of large trees;

– Discrepancy between site and de Liocourt's parameter.

de Liocourt's law / diameter distribution

PRÉSENTATION

Nous nous proposons de présenter ici une nouvelle loi de distribution des nombres d'arbres par catégorie de diamètres, qui sera nommée «loi tronquée», ou «loi tronquée de de Liocourt», la loi de de Liocourt étant un cas particulier de la loi tronquée.

Cette loi tronquée est traduite par la formule suivante:

$$N(*, i) = \frac{1}{(1+\alpha)}\left[N(*, i-1) - \alpha M e^{-(1+\alpha)\beta} \frac{\beta^i}{i!}\right]$$

où;

$N(*,i)$ est le nombre d'arbres dans la catégorie de diamètres i (i entier prenant des valeurs de 0 à ∞);

M est un coefficient de proportionnalité;

α et β sont les 2 paramètres de la loi tronquée.

Après un rappel de la loi de de Liocourt, et après avoir remarqué qu'elle s'ajuste assez rarement aux données observées, il sera montré que la loi tronquée:

– est fondée, en peuplement régulier, sur des hypothèses vraisemblables;

– permet de donner un sens raisonnable à divers paramètres communément utilisés en futaie jardinée;

– s'ajuste aux données observées mieux que ne le fait la loi de de Liocourt.

La loi tronquée a été établie pour s'ajuster aux effectifs observés en futaie irrégulière et en futaie jardinée, où l'âge des arbres ne peut être connu que par l'intermédiaire de sondages partiels. Bien qu'elle soit basée sur des hypothèses dépendant de l'âge, les 2 paramètres qui la définissent sont indépendants de l'âge, et elle convient donc parfaitement au cas où l'âge reste indéterminé. Elle sera confrontée au cas de la futaie régulière pour montrer la cohérence des hypothèses et de leurs résultats.

LA LOI DE DE LIOCOURT

Considérons des catégories de diamètres de largeur 5 cm, selon l'usage général.

A la catégorie indicée i correspond le diamètre médian $5i$ cm. Lui appartiennent les $N(i)$ arbres dont les diamètres sont inférieurs à $(5i + 2{,}5)$ *cm, et au moins égaux à* $(5i - 2{,}5)$ cm. Ainsi, pour $i = 4$, la catégorie 4, de diamètre médian 20 cm, contient $N(4)$ arbres dont les diamètres sont supérieurs ou égaux à 17,5 cm et inférieurs à 22,5 cm.

La loi de de Liocourt (Pardé, 1961; Assmann, 1970; Pardé et Bouchon, 1988), donne au rapport $N(i-1)/N(i)$ une valeur constante:

$$N(i-1)/N(i) = \mu > 1 \text{ pour tout } i \qquad (1)$$

Il vient alors:

$$\mathrm{Ln}[N(i)] = \mathrm{Ln}[N(i-1)] - \mathrm{Ln}[\mu] \text{ avec } \mathrm{Ln}[\mu] > 0 \qquad (2)$$

Sur un graphique semi-logarithmique, avec, en abcisses les diamètres $d(i) = 5i$, et, en ordonnées, les valeurs $\mathrm{Ln}[N(i)]$, les points représentatifs des couples $(d(i), \mathrm{Ln}[N(i)])$ sont alignés sur une droite de pente égale à $-\mathrm{Ln}[\mu]/5$, où le dénominateur, de valeur 5 cm, est égal à la largeur des catégories.

Cette droite coupe l'axe des ordonnées en un point dont l'abcisse est $d(0) = 0$. L'effectif, théorique de fait, de la catégorie 0 est $N(0)$, et, par récurrence, l'effectif de la catégorie i est:

$$N(i) = N(0)\ \mu^{-i}. \qquad (3)$$

L'effectif total est M, égal à la somme des $N(i)$:

$$M = \sum_{i=0}^{\infty} N(i) = N(0) \sum_{i=0}^{\infty} \mu^{-i} = N(0)\ \mu/(\mu - 1) \qquad (4)$$

S'il est d'usage de considérer des catégories de largeur 5 cm, la loi de de Liocourt s'applique à des catégories de largeur u différente de 5 cm, μ et $N(0)$ étant modifiés en conséquence.

Il est aussi d'usage de tronquer la loi de de Liocourt par une valeur minimale des diamètres, dite diamètre de recensabilité ou de précomptage, et par une valeur maximale des diamètres quelque peu arbitraire et qui pourrait correspondre au diamètre médian de la catégorie au-delà de laquelle les effectifs des catégories sont inférieurs à 0,5 (valeur arrondie égale à 0) sur une surface de référence prise égale, le plus souvent, à 1 ha.

Ainsi, pour un coefficient de de Liocourt $\mu = 1{,}4$ (valeur moyenne classique, voir les normes ONF d'après CTF, 1969), et $N(0)$ égal à 369 / ha, soit $M =$ 1 291 / ha, il vient:

- La somme des effectifs par ha des catégories 20 cm et suivantes est égale à : 337 = 1 291 – 369 – 264 – 188 – 134;
- Pour $i \geq 20$, donc $d(i) \geq 100$ cm , $N(i) < 0{,}5$, et le diamètre maximal peut être considéré comme égal à 95 cm puisque les effectifs par ha des caté-

gories 100 cm et plus sont inférieurs à 1/2 et considérés comme nuls.

Si l'on se référait à une surface de 100 ha, avec un effectif total M = 129 100 arbres, la dernière catégorie pour laquelle $N(i) \geq 0,5$ serait i = 33, avec d(33)=165 cm, puisque l'effectif (sur 100 ha) de la catégorie 165 cm est supérieur à 1/2 et arrondi à 1, alors que ceux des 170 cm et plus sont inférieurs à 1/2 et considérés comme nuls.

DONNÉES OBSERVÉES

Comme l'ont remarqué, sans toujours le dire, de nombreux forestiers (Assmann, 1970; Delord, 1984), la plupart des données observées ne correspondent pas à la loi de de Liocourt.

Quand nous ajustons un modèle linéaire, $\mathrm{Ln}(N) = a\ d + b$, aux couples de valeurs observées ($d(i)$, $\mathrm{Ln}[N(i)]$), nous constatons très souvent que:

– pour des valeurs intermédiaires, de $d(i)$ correspondant à ce que l'on nomme «bois moyens», les effectifs observés sont plus grands que ceux fournis par le modèle ajusté;

– pour des valeurs élevées, de $d(i)$ correspondant à ce que l'on nomme «gros bois» et «très gros bois», les effectifs observés sont plus petits que ceux fournis par le modèle ajusté;

– Delord (1970) trouve pour le paramètre μ de de Liocourt, des valeurs de l'ordre de 1,5 pour nombre de sapinières et pessières, tant régulières qu'irrégulières, dans toutes les régions forestières de la France; il est alors permis de penser que le paramètre μ ne dépend que peu, ou pas, de la fertilité;

– le choix habituel du diamètre d'exploitabilité relève de l'arbitraire.

La loi de de Liocourt ne correspond pas aux données observées et une approche différente semble nécessaire.

ORIGINE DE LA LOI TRONQUÉE

Soit $N(a,i)$ l'effectif des arbres d'âge a appartenant à la catégorie de diamètres i, de diamètre médian égal à $5i$ cm.

Soit $N(a,*)$ les effectifs des arbres d'âge a appartenant à toutes les catégories de diamètres. $N(a,*)$ est égal à la somme des $N(a,i)$ pour toutes les valeurs entières possibles de i, de i = 0 à $+\infty$.

Soit $N(*,i)$ l'effectif des arbres de la catégorie i, tous âges compris. $N(*,i)$ est la somme des $N(a,i)$ pour toutes les valeurs possibles de a, dans $[0, +\infty[$.

Considérons le modèle basé sur les hypothèses H_1 et H_2 suivantes:

H_1: $N(a,*) = (\alpha\ M/c)\ e^{-\alpha a/c}$

(fonction exponentielle décroissante, avec $\alpha > 0$).

$$H_2:\ N(a,i) = N(a,*)\ \frac{e^{-a/c}(a/c)^i}{i!} \quad (5)$$

(loi de Poisson)

Ces hypothèses peuvent correspondre à une futaie régulière équilibrée où la surface des peuplements est égale, par exemple, à 1 ha pour toute valeur de l'âge a. Les effectifs par ha, $N(a,*)$, décroissent lorsque l'âge a augmente, et la distribution des nombres d'arbres,

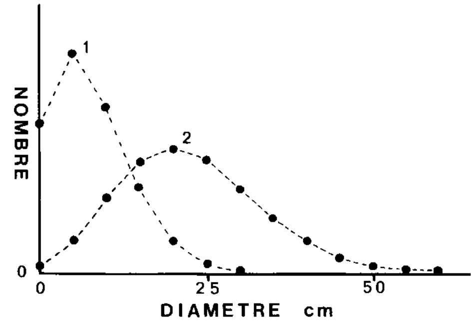

Fig 1 Loi de Poisson de paramètre a/c
• : nombre d'arbres par catégorie de diamètre ; 1 : a/c = 1,5; 2 : a/c = 4,5

$N(a,i)$, d'un âge a donné par catégorie de diamètres i, suit, ici, une loi de Poisson de paramètre a/c (fig 1).

Il est connu que la loi de Poisson s'apparente à celle de Gauss quand le paramètre, ici a/c, devient grand; elle s'en éloigne pour a/c petit, car elle n'admet pas de valeur négative de la variable i, donc du diamètre des arbres. Ses propriétés, et son caractère discontinu, i prenant des valeurs entières, la rendent tout à fait adaptée à l'étude des effectifs par catégorie de diamètres.

Le paramètre c peut être considéré comme une certaine largeur *ad hoc* des classes d'âges.

On peut constater que les hypothèses H_1 et H_2 ne s'écartent pas trop des données observées: Comparer la figure 1 à celles présentées par Assmann, 1970; Pardé, 1961; Pardé et Bouchon, 1988. Ce point étant secondaire pour la suite, il ne sera pas commenté ici.

Pour que les $N(a,i)$ observés s'ajustent bien à une loi de Poisson en futaie régulière, il peut être nécessaire de modifier à la fois la largeur des catégories de diamètres, et de la fixer à une valeur μ différente de 5 cm, et la largeur des classes d'âges pour la rendre égale à, ou voisine de, la valeur c. Cela ne modifie en rien la généralité des résultats.

Par intégration avec $a \in [0,+\infty[$, H_1 de (5) conduit à:

$$M = \int_0^{\infty} N(a,*)\,da = \text{Nombre total} \tag{6}$$

et, d'après H_2 de (5) :

$$N(*,i) = \int_0^{+\infty} N(a,i)\,da = \alpha M (1+\alpha)^{-i-1} \tag{7}$$

et on retrouve la loi de de Liocourt avec $\mu = 1 + \alpha$:

$$N(*,i-1) \,/\, N(*,i) = 1 + \alpha > 1 \tag{8}$$

TRONCATURE DES ÂGES ET LOI TRONQUÉE

Si l'on donne à l'âge une valeur maximum a_m, il vient alors :

$$N(*,i) = \int_0^{a_m} N(a,i)\,da \tag{9}$$

et, en intégrant par parties, la loi tronquée est obtenue :

$$N(*,i) = \frac{1}{1+\alpha}\left[N(*,i-1) - c\,N(a_m,i)\right] \tag{10}$$

ce qui peut aussi s'écrire sans référence à l'âge avec $\beta = a_m/c$:

$$N(*,i) = \frac{1}{1+\alpha}\left[N(*,i-1) - \alpha M e^{-(1+\alpha)\beta}\frac{\beta^i}{i!}\right] \tag{10a}$$

Il peut être noté que $N(*,0)$ s'exprime en fonction de M, α et β ; par suite, la valeur $N(*,i)$ obtenue par itération tient compte ni de l'âge a_m, ni du paramètre c, mais seulement de leur rapport $\beta = a_m/c$. $N(*,i)$ ne dépend donc que des 2 paramètres α et β, le coefficient M intervenant comme un rapport de proportionnalité tel que le nombre total d'arbres sur pied soit M_t égal à :

$$M_t = \sum_{i=0}^{\infty} N(*,i) = M(1 - e^{-\alpha\beta})$$

Le rapport $N(*,i)/N(*,i-1)$ est indépendant de M et de l'âge :

$$\frac{N(*,i)}{N(*,i-1)} = \frac{1}{1+\alpha}\left[1 - c\,\frac{N(a_m,i)}{N(*,i-1)}\right] \leq \frac{1}{1+\alpha} \tag{11}$$

Il sera montré, plus loin que ce rapport, 0 comme β/i quand i devient grand, et d'autant plus vite que β est plus petit.

La décroissance des effectifs, décrite par la loi tronquée pour les catégories de diamètres les plus grands est plus rapide que celle décrite par la loi de de Liocourt ($\beta = +\infty$).

L'anomalie citée plus haut sur l'arbitraire de la troncature des diamètres sur la droite (avec un maximum lié au choix de la surface de référence) tend à s'atténuer sans disparaître complètement.

Ainsi, pour α = 0,4, β = 8, et M = 1 291 / ha, $N(*,i)$ devient inférieur à 0,5 pour d > 70 cm; et sur une surface de référence de 100 ha, avec M = 129 100, $N(*,i)$ < 0,5 pour d > 95 cm; valeurs à comparer à celles (95 cm et 165 cm) des pp 231-232

Remarque :

Quand les âges sont regroupés en classe A de même largeur c, telle que $\beta = a_m/c$ soit entier, avec une classe maximale égale à $A_m = \beta - 0{,}5$, des résultats similaires sont obtenus, et la relation suivante se trouve être approximativement vérifiée:

$$N(*, i) = \frac{1}{1+\alpha}\left[N(*, i-1) - N(A_m, i)\right] \quad (12)$$

QUELQUES PROPRIÉTÉS DU MODÈLE $H_1 + H_2$

Diamètre moyen d *(a) des arbres d'âge* a *:*

La loi de Poisson donne, par sommation de i = 0 à +∞, la valeur moyenne $i(a)$ de i pour les arbres d'âge a, et leur diamètre moyen $d(a)$, égal à 5 $i(a)$:

$$i(a) = a/c, \text{ et } d(a) = 5\, a/c. \quad (13)$$

Le diamètre moyen D_M des arbres d'âge a_m peut en être déduit :

$D_M = d(a_m) = 5\, a_m/c$

et :

$$\beta = a_m/c = D_M/5 \quad (13a)$$

NB : Il n'en serait pas de même, pour a petit, si l'on sommait à partir du diamètre de recensabilité, avec i minimal > 0, ce dont il faut tenir compte pour vérifier ce résultat.

Âge moyen a(i) *des arbres de la catégorie* i *:*

Par intégration, il vient :

$$a(i) = \int_0^{+\infty} a\, N(a, i)\, da / N(*, i):$$

$$a(i) = \frac{c(i+1)\, N(*, i+1)}{N(*, i)} = \frac{c(i+1)}{1+\alpha}\left[1 - c\,\frac{N(a_m, i+1)}{N(*, i)}\right] < \frac{c(i+1)}{1+\alpha}$$

(14) (voir fig 2 et 6)

$a(i) \to a_m$ quand i devient grand puisque l'âge a est toujours ≤ a_m. Ceci implique que $N(*,i+1)/N(*,i) \to 0$ comme $\beta/(i+1)$, et que $N(*,i)/N(*,i-1) \to 0$ comme β/i.

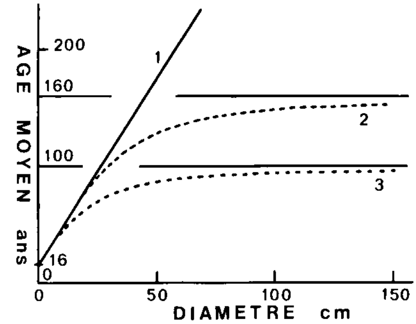

Fig 2 Loi tronquée : âges moyens par catégorie de diamètres.
α = 0,25 ; μ = 1+α = 1,25 ; c = 20 ans
1 : a_m = +∞ ; 2 : a_m = 160 ans ; 3 : a_m = 100 ans.

Accroissement diamétral moyen $\Delta d(i)$

L'accroissement diamétral moyen des arbres de diamètre $d(i) = 5i$ et d'âge a, est égal à $d(i)/a = 5i/a$; sa valeur moyenne $\Delta d(i)$ pour les $N(*,i)$ arbres de diamètre $d(i) = 5i$ est obtenue par intégration comme pour obtenir la formule (14)

$$\Delta d(i) = \frac{5}{c} \frac{N(*, i-1)}{N(*, i)} \geq \frac{5(1+\alpha)}{c} \quad (15)$$

VOLUMES PAR CATÉGORIE DE DIAMÈTRES

Grâce aux facilités de calcul offertes par la loi de Poisson, il est aisé d'établir des résultats pour la «surface terrière» qui s'exprime comme i^2 $N(*,i)$, ou pour le volume quand le volume unitaire de l'arbre est proportionnel au carré du diamètre, c'est-à-dire à i^2.

La figure 3 montre la forme de la courbe donnant les volumes par catégorie de diamètres avec un volume unitaire proportionnel à la puissance 2,5 du diamètre.

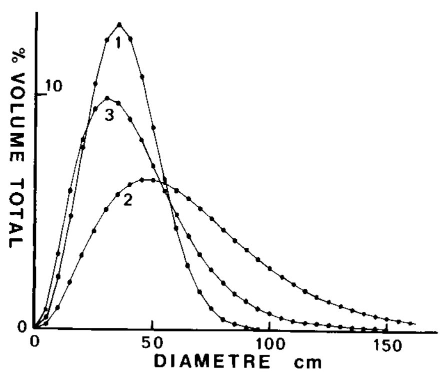

Fig 3 Loi tronquée : volumes par catégorie de diamètres.
1 : α = 0,25 ; a_m = 160 ans ; c = 20 ans.
2 : μ = 1,30; 3 : μ = 1,50
Le volume v (d) d'un arbre de diamètre d est supposé être proportionnel à la puissance 2,5 de d.

Il peut être noté que la courbe obtenue avec une loi tronquée semble plus conforme aux données observées que ne l'est celle obtenue par la loi de de Liocourt, notamment quant à la décroissance du volume pour les grands diamètres. Voir pp 236-238.

Ce résultat met en relief la décroissance des effectifs quand le diamètre augmente, décroissance plus rapide pour la loi tronquée que pour celle de de Liocourt.

CONFRONTATION DE LA LOI TRONQUÉE AUX OBSERVATIONS

Estimation des paramètres α et β = a_m/c

La loi tronquée a été confrontée par l'auteur à de nombreuses observations.

Trois exemples sont donnés ci-après. Les estimations de α et β sont déduites des volumes observés par catégorie de diamètres.

Les paramètres α et $\beta = a_m/c = D_M/5$ d'après (13 a), peuvent être estimés à partir des effectifs ou des volumes observés par catégorie de diamètres, par la méthode des moindres carrés. Ces estimations sont donc faites indépendamment des âges, ce qui permet d'ajuster la loi tronquée à des données relatives à des futaies irrégulières ou jardinées où les âges sont, en général, inconnus.

La valeur estimée du paramètre β permet de définir un diamètre d'exploitabilité «raisonnable», $D_M = 5\ \beta$, similaire à celui que l'on peut définir en futaie régulière comme le diamètre moyen des arbres des peuplements d'âge a_m, l'âge d'exploitabilité, connu ou inconnu.

L'expérience montre que la loi tronquée s'ajuste bien aux effectifs observés par catégorie de diamètres en peuplement régulier; quand ce n'est pas le cas, il existe alors une anomalie quelque part et, par exemple, l'une des classes d'âges présente une densité anormale ou un diamètre moyen anormal, ou le sites et les âges d'exploitabilité sont trop variés, etc.

La loi tronquée s'ajuste bien aussi aux effectifs observés en peuplements irréguliers et en futaie jardinée.

Sapin pectiné en futaie régulière soumise dans les Vosges

Le premier exemple concerne le sapin pectiné en futaie régulière soumise au régime forestier dans le département des Vosges (résultats du 2^e inventaire forestier national de 1981): figure 4. Il s'agit de confronter la théorie exposée ci-dessus aux observations concernant des peuplements formés de futaie régulière équienne. Le volume total est de 11 257 257 m^3 sur 40 844 ha (âges < 180 ans).

Cet exemple souffre de divers inconvénients: sylviculture avec régénération sous l'abri des vieux peuplements; sites et âges d'exploitabilité variés. Aussi les hypothèses H_1 et H_2 ne sont-elles pas très bien vérifiées, ni certaines relations qui en découlent.

Les surfaces observées des différentes classes d'âges (de largeur 20 ans) étant variables, les figures ont été construites après rééquilibrage des classes, dont les surfaces ont toutes été ramenées à 1 000 ha, et recalcul des valeurs $N(A,l)$ observées. Il est probable que les forêts constituant ces peuplements ont des âges d'exploitabilité a_m variés, mais un même diamètre moyen D_M pour ces divers âges a_m. Il eût été préférable de pouvoir travailler sur des classes de diamètre moyen de peuplement, mais cela est trop inhabituel pour être présenté ici.

La présence d'un grand nombre d'arbres de diamètres 10 et 15 cm en sous-étage dans les peuplements d'âges intermédiaires, a conduit à faire l'ajustement sur les volumes à partir du diamètre 20 cm.

Il a été trouvé: α = 0,1895 et β = 9,72, d'où D_M = 48,6 cm, ce qui serait le diamètre moyen des arbres âgés de 180 ans, donc celui des peuplements de 180 ans.

Pour la classe d'âges *IFN* 160 à 179 ans, le diamètre moyen observé des arbres des catégories 20 cm et plus, est égal à 43,3 cm. Par extrapolation linéaire, le diamètre moyen à 180 ans serait de 46,0 cm. Il faut cependant remarquer que cette classe d'âges contient un grand nombre de petits arbres, ce qui laisse à penser que leur régénération était déjà entreprise à la date de l'inventaire. On peut attribuer à ce fait, qui concerne aussi la catégorie 20 cm, l'écart constaté, faible au demeurant, entre la valeur observée (46,0 cm) et la valeur prédite (48,6 cm).

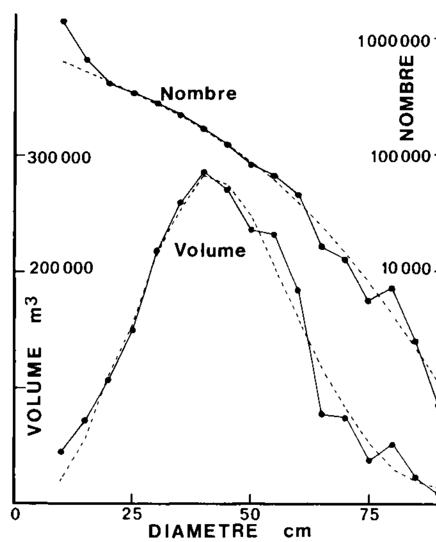

Fig 4 Loi tronquée : sapin pectiné en futaie régulière soumise, Vosges : effectifs et volumes. •—• : valeurs observées ; ----- : valeurs ajustées.

Une valeur de α notablement supérieure à 0, comme ici α=0,189 5, peut correspondre à un état d'équilibre susceptible de se maintenir (équilibre dynamique) si le recrutement reste suffisant.

Sapin pectiné en forêt particulière dans l'Aude

Le 2^e exemple concerne le sapin de la sapinière particulière du Pays-de-Sault dans l'Aude (2^e inventaire forestier national de 1978): figures 5 et 6.

Les peuplements concernés sont, pour partie, des futaies régulières, et pour partie, des peuplements traités par le système de la cueillette des arbres atteignant la dimension économique.

Le volume total est de 1 159 259 m^3 sur 4 780 ha.

Le domaine étant restreint, les conditions de sites sont peut-être moins variées que dans le premier exemple.

Il a été trouvé : α = 0,036 et β = 7,492, d'où D_M = 37,5 cm.

La figure 6 montre comment «a_m» peut être estimé en négligeant les âges anormaux et en contrôlant cette valeur a_m par l'ajustement de la relation (14) aux âges moyens par catégorie de diamètres. La valeur retenue, a_m = 140 ans, semble cependant être trop grande.

La valeur D_M = 37,5 cm serait le diamètre moyen des arbres âgés de 140 ans, ou le diamètre moyen des peuplements de 140 ans.

Il peut être noté que l'âge moyen des arbres de diamètre égal à D_M, soit 37,5 cm, est égal à 101 ans, donc très inférieur à a_m = 140 ans.

La valeur α = 0, ou une valeur très voisine de 0, traduit une absence d'éclaircie et de mortalité, ou un état instable qui ne peut se maintenir.

NB : En futaie jardinée, la référence à l'âge paraîtra inappropriée de même que les hypothèses H^1 + H^2 ; la probabilité n'est pas nulle qu'il y ait des arbres d'âge très supérieur à a_m, spécialement dans les catégories intermédiaires. Cela n'empêche pas la loi tronquée de bien s'ajuster à ces données.

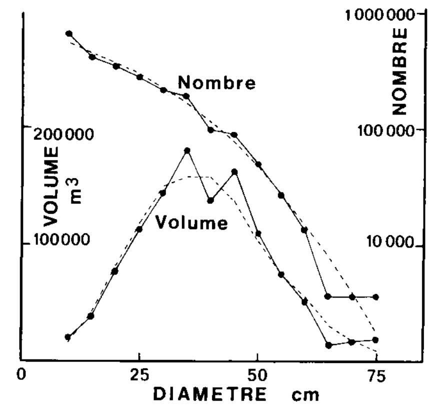

Fig 5 Loi tronquée : sapin pectiné en forêt privée du Pays-de-Sault, Aude : effectifs et volumes. •——• : valeurs observées ; ------: valeurs ajustées.

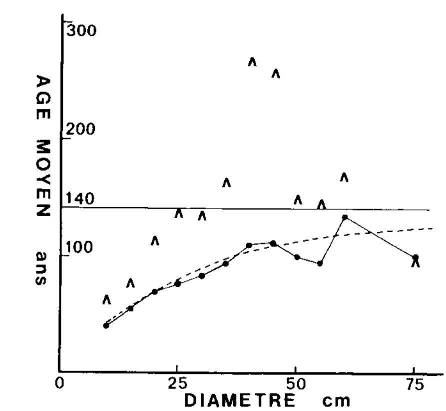

Fig 6 Loi tronquée : sapin pectiné en forêt privée du Pays-de-Sault, Aude : âges moyens. •——• : valeurs observées ; ----- valeurs ajustées ∧ âges maximaux observés.

Sapin pectiné en forêt communale de Montferrier (Ariège)

Le 3^e exemple concerne la sapinière de la forêt communale de Montferrier en Ariège (parcelles A à L), bien connue de l'auteur, dont le gestionnaire, PY Subrenat, a bien voulu fournir les résultats de l'inventaire complet de septembre 1981: figure 7. Il s'agit d'une futaie jardinée depuis très longtemps, ou prétendue telle, avec une absence dramatique de régénération. Le volume total des arbres de 20 cm et plus est de 41 951 m^3 sur 180 ha.

Cet exemple concerne un domaine très restreint, donc relativement homogène.

Il a été trouvé : $\alpha = -0{,}358$ et $\beta = 7{,}452$, d'où D_M = 37,3 cm.

La valeur de α est, ici, < 0, ce qui montre l'insuffisance de la régénération depuis très longtemps. La figure 7 montre aussi que beaucoup trop de gros bois y ont été prélevés, sans, pour autant, avoir favorisé le recrutement, si ce n'est très récemment, comme semble le montrer la valeur des effectifs observés des arbres de la catégorie 20 cm.

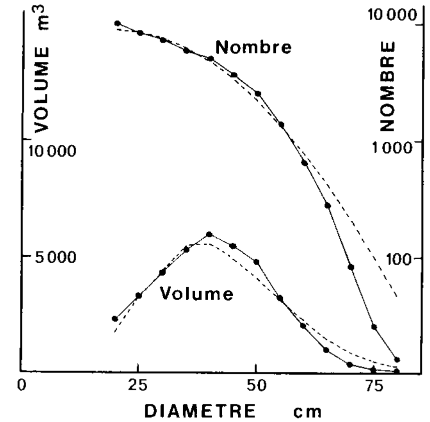

Fig 7 Loi tronquée : sapin pectiné en forêt communale de Montferrier, Ariège : effectifs et volumes. •——•: valeurs observées ; ----- valeurs ajustées.

Une valeur de α inférieure à 0 est contraire à l'hypothèse H_1; elle traduit un état instable qui ne peut se maintenir, avec un recrutement insuffisant.

Remarques

L'expérience montre que la qualité de l'ajustement d'une loi tronquée aux volumes observés par catégorie de diamètres, ajustement qui s'appuie sur les catégories ayant les plus forts volumes, donc les catégories intermédiaires, dépend moins de la valeur de α que de celle du paramètre β.

Si la valeur de α semble traduire le recrutement récent (effectifs des catégories inférieures), celle de β semble traduire le rythme de décroissance des effectifs dans les catégories supérieures, ce rythme étant plus grand quand β, donc $D_M = 5\ \beta$, est plus petit.

Quand β, donc a_m et D_M, devient grand, la loi tronquée tend vers celle de de Liocourt, mais, bien entendu, l'âge maximal a_m des arbres et des peuplements ne peut excéder une valeur limite finie.

CONCLUSIONS

L'approche présentée ici, basée sur la loi tronquée, est destinée à servir à l'établissement de modèles d'évolution des peuplements réguliers et irréguliers, et de règles de décision en matière de calcul des disponibilités forestières (Chevrou, 1990) grâce aux relations (10) et (12); le prélèvement annuel en coupe définitive, pendant une période de durée c années, pour la catégorie i, est estimé par $N(A_m,i)/c$ dans (12), ou, d'après (10), pris égal à :

$$N(a_m,i) = [N(*,i-1) - (1+\alpha)\ N(*,i)] \ /\ c \qquad (16)$$

Cela découle d'ailleurs de l'évidence puisque la coupe définitive, en futaie régulière, touche les arbres d'âge a_m, et cela permet d'estimer les prélèvements futurs en coupe définitive sur la base d'un ajustement des $N(*,i)$ observés.

Il faut noter que le paramètre c, donc l'âge, intervient dans la formule (16) qui exprime la coupe définitive annuelle. Il faut donc pouvoir l'estimer par une autre source, par exemple d'après les âges observés sur les souches des arbres coupés (estimation de a_m) ou d'après la production annuelle totale.

Il faut, éventuellement, y ajouter le prélèvement lié aux coupes d'éclaircie qui consistent à réduire l'effectif $N(a,*)$ des arbres d'âge a lorsqu'ils passent à l'âge $a + 1$, car $N(a + 1,*) < N(a,*)$. Ce prélèvement dépend, lui aussi, du paramètre c.

La validité de cette approche demande des contrôles complémentaires, et peut-être des hypothèses H_1 et H_2 modifiées, mais elle se trouve confortée par nombre de ses résultats qui expliquent les anomalies rencontrées par les gestionnaires de futaies jardinées :

- Excès fréquent de bois moyens et déficit fréquent de gros bois;
- Diamètre d'exploitabilité aléatoire, et souvent trop grand; il serait préférable de fixer ce diamètre par référence au diamètre moyen D_M des arbres d'âge a_m, l'âge maximum des arbres, non compte tenu des âges anormaux d'arbres oubliés par les marteleurs, ou laissés pour compléter la régénération.
- La pente du modèle linéaire ajusté aux valeurs observées de $\mathrm{Ln}[N(*,i)]$ dépend plus de D_M, le diamètre moyen des arbres ou peuplements d'âge a_m, que de la fertilité présumée de la station; la relation entre le paramètre de de Liocourt μ et la fertilité, serait une conséquence indirecte de la relation étroite existant entre μ et β, et de la relation moins étroite, imposée par l'aménagiste, entre β et la fertilité.

Il est alors permis d'imaginer que l'échec du traitement en futaie jardinée puisse découler des 2 pratiques suivantes: la coupe précoce d'arbres atteignant le diamètre dit d'exploitabilité, ce qui tend à augmenter l'âge moyen des peuplements, puisque l'on coupe ainsi de jeunes gros bois, et, par compensation, des vieux petits bois et des vieux bois moyens sont laissés sur pied; les efforts frénétiques des gestionnaires pour maintenir, avec un médiocre succès, la structure selon la loi de de Liocourt, nuisant ainsi à une évolution naturelle, harmonieuse et équilibrée.

Cet échec pourrait être lié à une mauvaise détermination du paramètre c (ou, ce qui revient au même, de la production moyenne annuelle), qui joue le même rôle dans la loi tronquée et dans la loi de de Liocourt, et duquel dépendent les intensités des coupes annuelles; alors même que ce paramètre peut être assez facilement estimé, s'il est reconnu pertinent.

RÉFÉRENCES

Assmann E (1970) *The Principles of Forest Yield Study*, Pergamon Press, Oxford, 506 pp

Chevrou RB (1990) Extrapolation de quelques règles forestières empiriques, *Ann Sci For*, 47 31-42

CTF (1969) *Normes provisoires pour les sapinières et pessières jardinées*, Centre Technique Forestier 11 pp

Delord JM (1984) *Sapinières et pessières de France*, Inventaire Forestier National, étude disponible non publiée, 34 pp

Pardé J (1961) *Dendrométrie*, ENGREF, Nancy, 350 pp

Pardé J et Bouchon J (1988) *Dendrométrie*, 2e édition, ENGREF, Nancy, 328 pp