

Article original

Construction d'un modèle de répartition des arbres par classes de grosseur pour des plantations d'épicéa commun (*Picea abies* L Karst) en Ardenne belge

P Lejeune

Unité de gestion et économie forestières, Faculté des sciences agronomiques de Gembloux, passage des Déportés, 2, B-5030 Gembloux, Belgique

(Reçu le 28 janvier 1993; accepté le 23 août 1993)

Résumé — La construction d'un modèle de répartition d'arbres par classes de grosseur pour des peuplements d'épicéa commun (*Picea abies* L Karst) a été envisagée au départ de 141 placettes de 10 ares. L'influence de la distribution théorique (comparaison des distributions normale et Weibull) et de la méthode d'estimation des paramètres (pour Weibull) ont été analysés. Malgré une plus grande flexibilité de la distribution de Weibull, son utilisation ne conduit pas à une plus grande précision du modèle. La faiblesse des effectifs des échantillons utilisés semble être la cause principale de l'imprécision fournie par les différents modèles testés. Sur la base des données utilisées, la distribution normale, plus simple à mettre en œuvre, a été préférée pour la construction du modèle de répartition des grosseurs, pour les peuplements d'épicéa commun.

épicéa / modèle de répartition / distribution normale / distribution de Weibull

Summary — **Construction of a tree-size distribution model for Norway spruce (*Picea abies* L Karst) plantations in the Belgian Ardennes.** *The construction of a girth distribution model for Norway spruce (*Picea abies* L Karst) plantations has been considered using 141 sample plots of 1 000 m². The effects of the theoretical distribution (comparison of the normal and Weibull distributions) and the estimation methods have been analysed. Despite the higher flexibility of the Weibull distribution, its use does not lead to a more accurate prediction of the distribution. The small number of samples measured in the plots seems to be the primary cause of the inaccuracy of the various models. Considering the data analysed, the normal distribution, which is easier to use, is proving to be more suitable for the creation of distribution model for such stands.*

spruce / distribution model / normal distribution / Weibull distribution

INTRODUCTION

Malgré les évolutions importantes, observées au niveau des techniques de modélisation dans le domaine forestier (Houllier *et al*, 1991), les modèles de type peuplement, qui sont apparus les premiers (Munro, 1974), connaissent encore de nos jours une grande popularité auprès des forestiers.

Ils sont présentés généralement sous la forme de tables de production qui décrivent l'évolution au cours du temps de variables globales (volume par hectare, nombre de tiges par hectare, circonférence moyenne, hauteur dominante,...) pour des peuplements équiennes et monospécifiques, en fonction du niveau de fertilité (site index) et éventuellement du type de sylviculture (Dagnelie *et al*, 1988).

Le caractère synthétique des informations présentes dans ces tables constitue cependant un des inconvénients majeurs de ce genre d'outil. La dimension et plus particulièrement la grosseur des arbres est en effet déterminante quant aux possibilités d'utilisation de ces produits. La connaissance de la répartition des tiges d'un peuplement par classes de grosseur est donc une information très précieuse tant pour le gestionnaire forestier que pour l'industriel devant s'assurer un approvisionnement en produits ligneux de dimensions bien définies.

Une amélioration technique permet de pallier cette carence. Il s'agit de créer un modèle de répartition des tiges par classes de grosseur, utilisant comme variables explicatives certains paramètres descriptifs du peuplement, fournis par la table de production (tels que circonférence moyenne, site index [il s'agit de la hauteur dominante supposée atteinte à l'âge de 50 ans et qui est fonction de la hauteur dominante observée et de l'âge du peuplement (Dagnelie *et al*, 1988)], âge...).

Plusieurs approches permettent d'obtenir un tel modèle (Cao et Burkhart, 1984 ; Hyink et Moser, 1983 ; Rennols *et al*, 1985 ; Borders *et al*, 1987). La plus courante consiste à utiliser une fonction de densité de probabilité pour représenter la répartition des individus constituant le peuplement, en classes de grosseur (Knoebel *et al*, 1986).

L'objectif de cette étude est d'analyser les différentes étapes de construction et de validation d'un tel modèle pour des plantations d'épicéa commun (*Picea abies* L Karst) en Ardenne belge.

Nous présenterons d'abord la méthode de construction du modèle, en évoquant les problèmes liés au choix de la distribution théorique (voir p 54), à l'estimation des paramètres (voir p 56) et à l'utilisation d'un test d'appréciation de la qualité du modèle (voir p 57). Nous décrirons ensuite les données utilisées pour cette étude (voir p 58). Les résultats de nos analyses seront détaillés p 58. Un exemple concret d'application du modèle de répartition des tiges sera proposé (voir p 63) avant de tirer quelques conclusions (voir p 64).

CONSTRUCTION D'UN MODÈLE DE RÉPARTITION DE TIGES

Choix d'une distribution

De nombreuses distributions théoriques ont été utilisées pour caractériser la structure de peuplements forestiers. Parmi les principales, il convient de citer les distributions normale, log-normale, gamma, beta, Sb de Johnson et Weibull (Borders *et al*, 1987). Nous avons choisi de comparer les performances de la distribution de Weibull, qui constitue la référence dans ce genre d'applications, et la distribution normale dont la mise en œuvre est très

simple, dans un modèle de répartition de tiges.

Distribution de Weibull

La distribution de Weibull est celle qui depuis une vingtaine d'années connaît et continue de connaître le plus de succès, essentiellement pour 2 raisons (Bailey et Dell, 1973) : une grande flexibilité et l'existence d'une forme explicite de sa fonction de répartition. Compte tenu des moyens de calcul disponibles actuellement, ce dernier argument n'a cependant plus beaucoup de valeur.

La fonction de densité de probabilité et la fonction de répartition de la distribution de Weibull sont décrites ci-dessous (équations [1] et [2]). Les 3 paramètres apparaissant dans ces relations sont respectivement :

- a) le paramètre de localisation, donnant la valeur minimum de la distribution ;
- b) le paramètre d'échelle ;
- c) le paramètre de forme, qui détermine la dissymétrie de la distribution, celle-ci étant gauche ou droite selon que c est supérieur ou inférieur à 3,6. Pour une valeur de c = 1 la distribution prend l'allure d'une exponentielle décroissante ; pour une valeur de 3,6 celle d'une distribution normale.

$$f(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b} \right)^{c-1} \exp \left[- \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right] \quad [1]$$

pour $x \geq a, a \geq 0, b > 0, c > 0$
 = 0, sinon

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right] \quad [2]$$

La figure 1 donne un aperçu de la forme que peut revêtir une telle distribution en fonction des valeurs prises par les paramètres.

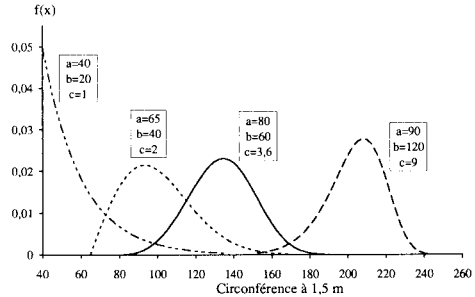


Fig 1. Représentation graphique de la fonction de Weibull pour différentes valeurs des paramètres a, b et c.

Distribution normale

La distribution normale est moins fréquemment utilisée dans la construction de modèles de répartition des grosseurs d'arbres. Elle est caractérisée par une forme unimodale symétrique qui ne permet pas une aussi grande flexibilité que la distribution de Weibull. Gérard (1975) et Rondeux (1973) l'ont cependant utilisé pour caractériser la distribution des tiges de peuplements d'épicéa commun issus de plantations.

La fonction de densité de probabilité et la fonction de répartition de cette distribution correspondent aux équations [3] et [4].

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{x-m}{\sigma} \right)^2 \right] \quad [3]$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad [4]$$

Cette distribution est définie par 2 paramètres qui sont m, la moyenne arithmétique, et σ , l'écart type de la population.

Estimation des paramètres

Il est important de distinguer dans le processus de construction d'un modèle de répartition des grosseurs de tiges, la phase d'estimation des paramètres et la phase de prédiction des paramètres.

La phase d'estimation consiste à calculer par une méthode adaptée les para-

$$\hat{c} = \left[\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{a})^{\hat{c}} \log(x_i - \hat{a}) \right) \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{a})^{\hat{c}} \right)^{-1} - n^{-1} \sum_{i=1}^n \log(x_i - \hat{a}) \right]^{-1} \quad [6]$$

mètres d'une distribution théorique définie pour un échantillon de population donné. Cette opération est répétée pour un certain nombre de placettes d'échantillonnage représentatives de situations aussi diverses que possible et les paramètres ainsi définis sont mis en relation (par régression) avec des variables caractérisant le peuplement.

La prédiction des paramètres est l'opération qui consiste à utiliser ces relations pour définir les paramètres d'une distribution qui servira à établir la répartition supposée des tiges du peuplement auquel on s'intéresse.

L'estimation des paramètres d'une distribution de Weibull peut s'avérer difficile (Zarnoch et Dell, 1985). Plusieurs démarches existent, dont la méthode du maximum de vraisemblance qui est la plus utilisée et qui nécessite d'importants calculs itératifs. D'autres approches, plus simples, font appel aux percentiles (Johnson et Kotz, 1970) ou aux moments non centrés (Burk et Newberry, 1984). Une méthode plus récente utilise les moments pondérés (Greender *et al*, 1990).

Nous nous limiterons dans cette étude à la comparaison des méthodes du maximum de vraisemblance, des moments non centrés et des moments pondérés.

La méthode du maximum de vraisemblance consiste en la résolution de manière itérative d'un système de 3 équations à 3 inconnues (équations [5], [6] et [7]) (Johnson et Kotz, 1970).

$$\hat{b} = \left[n^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{a})^{\hat{c}} \right]^{c-1} \quad [5]$$

$$(\hat{c}-1) \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{a})^{-1} = \hat{c} \hat{b}^{-\hat{c}} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{a})^{\hat{c}-1} \quad [7]$$

avec n , l'effectif de l'échantillon ; x_i , la circonférence de l'arbre i .

La méthode des moments non centrés est proposée par Burk et Newberry (1984) qui ont construit un système de 3 équations à 3 inconnues basé sur les 3 premiers moments non centrés de la distribution des circonférences (équations [8], [9] et [10]). Ce système doit également être résolu de manière itérative.

$$\mu_3' = \hat{b}^3 (\Gamma_3 - 3\Gamma_1\Gamma_2 + 2\Gamma_1^3) + 3\mu_1'\mu_2'^{-2} (\mu_1')^3 \quad [8]$$

$$\hat{b} = \sqrt{\frac{\mu_2' - (\mu_1')^2}{\Gamma_2 - \Gamma_1^2}} \quad [9]$$

$$\hat{a} = \mu_1' - \hat{b}\Gamma_1 \quad [10]$$

$$\text{avec } \mu_k' = \sum_{i=1}^n x_i^k, \text{ et } \Gamma_k = \Gamma\left(1 + \frac{k}{\hat{c}}\right)$$

où $\Gamma(\cdot)$ est la fonction gamma.

La méthode des moments pondérés se différencie de la précédente par le fait que les moments qui y sont utilisés donnent un poids plus important à la partie droite de la

distribution devant être représentée (correspondant aux arbres de grosses dimensions). L'équation [11] donne une définition théorique des moments pondérés à droite, alors que la relation [12] permet de calculer ces mêmes moments dans le cas d'échantillons dont les observations sont classées par ordre décroissant de grosseurs. L'estimation des paramètres a , b et c découle alors de la résolution du système constitué des relations [13], [14] et [15].

$$M_{l,j} = \int_0^1 x (F)^l \cdot F(x)^j \cdot dF(x) \quad [11]$$

où $M_{l,j}$ est le moment d'ordre l et de degré j ; $x(F)$, la forme inverse de la fonction de répartition $F(x)$.

$$\hat{M}_{l,j} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n-j} x'_{[i]} \cdot \frac{C_j^{i-1}}{C_j^{n-1}} \quad [12]$$

où $x_{[i]}$ est la i^e observation de l'échantillon classé par ordre décroissant de grosseurs et

$$C_j^i = \frac{j!}{(j-i)! i!}$$

$$\hat{c} = \frac{\ln(2)}{\ln \left[\frac{2M_{1,1} - M_{1,0}}{2 \cdot (5M_{1,1} - M_{1,0} - 6M_{1,2} + 2M_{1,3})} \right]} \quad [13]$$

$$\hat{a} = \frac{4[M_{1,0} \cdot (3M_{1,2} - M_{1,3} - M_{1,1}) - M_{1,1}^2]}{M_{1,0} - 8M_{1,1} + 12M_{1,2} - 4M_{1,3}} \quad [14]$$

$$\hat{b} = \frac{M_{1,0} - \hat{a}}{\Gamma \left(1 + \frac{1}{\hat{c}} \right)} \quad [15]$$

Les trois méthodes d'estimation des paramètres de la distribution de Weibull ont été intégrées dans un programme informatique (Weib3) écrit en basic et fonctionnant sur PC.

L'estimation des paramètres d'une distribution normale s'effectue sans problème. Il s'agit en effet de la moyenne et de l'écart type estimés de la population qui sont donnés par les relations [16] et [17].

$$\hat{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad [16]$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{m})^2}{n - 1}} \quad [17]$$

Appréciation de la qualité du modèle de répartition des grosseurs

Il est important de pouvoir apprécier si la distribution théorique que l'on utilise donne une bonne représentation de la distribution des tiges d'un peuplement. Ce test de conformité peut être utilisé à différents stades de la construction du modèle de répartition. Au moment de l'estimation des paramètres, il est nécessaire de tester la concordance entre les distributions théoriques et observées au niveau de chaque placette. On aura ainsi une idée de l'aptitude de la famille de distribution choisie à représenter le type de peuplements concerné par le modèle. Ce test de conformité est surtout appliqué lors de l'utilisation finale du modèle lorsque les paramètres de la distribution théorique sont prédits à partir de variables descriptives du peuplement.

L'utilisation des tests de conformité classiquement utilisés en statistique pose cer-

tains problèmes. Les tables de valeurs critiques relatives au test de Kolmogorov-Smirnov ne prévoient pas le cas de distribution telle que Weibull où 3 paramètres doivent être estimés (Dagnelie, 1968). L'utilisation du test χ^2 de Pearson impose, quant à lui, de regrouper certaines classes extrêmes en cas d'effectifs insuffisants (Dagnelie, 1975).

Nous avons finalement appuyé nos comparaisons sur l'utilisation d'un indice créé par Reynolds *et al* (1988), qui correspond à la sommation des différences absolues entre les effectifs prédits et observés au sein de classes de grosseur définies pour chaque distribution. Ces différences sont en outre pondérées par le volume des individus représentés dans les 2 distributions (équation [18]). Cet indice peut être exprimé de manière relative en le divisant par le volume total correspondant à la distribution observée (équation [19]).

$$e = N \sum_{j=1}^k \left| \int_{l_j} w(x) d\hat{F}(x) - \int_{l_j} w(x) dF^*(x) \right| \quad [18]$$

$$e' = \frac{e}{N \int w(x) dF^*(x)} \quad [19]$$

où N est l'effectif total ; k, le nombre de classes ; l_j , la j^{e} classe ; $w(x)$, le facteur de

pondération (ici le volume individuel) ; $\hat{F}(x)$, la fonction de répartition de la distribution estimée ; $F^*(x)$, la fonction de répartition de la distribution observée.

DESCRIPTION DU MATÉRIEL EXPÉRIMENTAL

Nous utilisons dans cette étude les données relatives à 141 placettes de 10 ares relevant d'une expérimentation destinée à comparer différentes modalités d'échantillonnage. Ces placettes ont été implantées de manière pseudo-aléatoire dans divers peuplements purs d'épicéa commun âgés de 28 à 110 ans et traités en futaie régulière (Laurent et Rondeux, 1982). Le tableau I reprend les principales caractéristiques dendrométriques des peuplements échantillonnés.

RÉSULTATS

Estimation des paramètres

Nous avons estimé, pour les 141 placettes disponibles, les paramètres a, b et c de la distribution de Weibull par les 3 méthodes décrites p 55, à l'aide du programme Weib3. Sauf dans quelques cas d'échantillons de faibles effectifs, les procédures

Tableau I. Principales caractéristiques dendrométriques relatives aux placettes d'échantillonnage utilisées.

Variables	Moyenne	Minimum	Maximum	Coefficient de variation (%)
Âge (années)	63	26	105	59,2
Nombre de tiges par hectare	569	200	2600	72,6
Circonférence moyenne (cm)	101	40	160	25,7
Volume (m ³ /ha)	461	249	677	18,2
Hauteur dominante (m)	26,9	14,6	35,8	15,7
Site Index (m)	20,3	5,9	37,6	34,7

itératives utilisées pour l'estimation des paramètres convergent rapidement vers une solution. Les paramètres m et σ de la distribution normale ont également été estimés pour ces mêmes placettes.

L'indice e' (équation [19]) a été défini pour chaque modalité d'estimation des paramètres de la distribution de Weibull et pour la distribution normale. Deux systèmes de classification par catégories de grosseur ont été envisagés : des classes de circonférence de 10 cm d'amplitude et des classes correspondant aux catégories commerciales en vigueur pour l'épicéa (catégories commerciales utilisées, de circonférences à 1,5 m : moins de 40, 40–69, 70–89, 90–119, 120–149, 150–179, 180 et plus). Les colonnes 1 et 2 du tableau II donnent les valeurs moyennes de e' pour chaque modalité d'estimation et pour chaque type de classes de grosseur.

Une analyse de la variance de e' à 2 critères (méthode d'estimation et placette) fait apparaître des différences significatives, voire hautement significatives, entre les méthodes d'estimations des distributions théoriques, quel que soit le type de classes de grosseurs envisagé. Dans les 2 cas, la distribution de Weibull estimée par les moments non centrés ainsi que la dis-

tribution normale donnent les meilleurs résultats.

Prédiction des paramètres

Pour prédire les paramètres de Weibull résultant d'une des 3 méthodes proposées, et ceux de la distribution normale, nous avons cherché à ajuster, aux valeurs des paramètres estimées pour les 141 placettes, des équations mettant en œuvre les variables définies au tableau I, ainsi que les variables résultant de la transformation de ces dernières par application des opérateurs $\log()$, $()^2$ et $()^{0,5}$. Une procédure progressive (*stepwise*) a été utilisée pour définir les équations présentant une variabilité résiduelle minimale tout en affichant des distributions de résidus acceptables (tableau III).

D'une manière générale, on observe que, d'une part, seules les variables *cmoy* et *age* interviennent dans la prédiction des paramètres et que, d'autre part, la variabilité résiduelle est importante, voire très importante, dans tous les cas.

L'utilisation de ces équations a permis de prédire la distribution des tiges pour les

Tableau II. Valeurs moyennes des indices e'_1 (classes de 10 cm d'amplitude) et e'_2 (classes «marchandes» pour chaque méthode de construction de la distribution théorique).

Méthodes	Estimation des paramètres		Prédiction des paramètres	
	e'_1 (%)	e'_2 (%)	e'_1 (%)	e'_2 (%)
Weibull				
Maximum de vraisemblance	32,0	14,2	36,6	21,2
Moments non centrés	30,2	12,5	34,4	18,8
Moments pondérés	33,9	15,5	37,4	23,6
Normale	31,7	13,9	34,1	17,7
Analyses de la variance (α)	0,004	0,000	0,000	0,000

Les colonnes 1 et 2 correspondent à l'estimation et les colonnes 3 et 4 à la prédiction des paramètres. Le résultat des analyses de la variance est donné par la valeur du risque de première espèce (α).

Tableau III. Équations de régressions retenues pour la prédiction des paramètres des distributions théoriques relatifs à chaque méthode.

Méthodes	Équations	R ²	CV _r
<i>Weibull</i>			
Maximum de vraisemblance	a = 14,96 + 0,003337 . <i>cmoy</i> ²	0,49	0,35
	b = -16,68 + 7,224 . <i>cmoy</i> ^{0,5}	0,19	0,35
	c = 2,197 + 0,0128 . <i>age</i>	0,05	0,31
Moments non centrés	a = -6,532 + 0,4503 . <i>cmoy</i>	0,17	0,65
	b = 7,917 + 0,5999 . <i>cmoy</i>	0,25	0,39
	c = 1,887 + 0,3159 . <i>age</i>	0,08	0,51
Moments pondérés	a = 14,34 + 0,002094 . <i>cmoy</i> ²	0,15	0,70
	b = -33,13 + 10,13 . <i>cmoy</i> ^{0,5}	0,22	0,40
	c = 2,047 + 0,3460 . <i>age</i>	0,03	0,70
Normale	<i>cmoy</i> = <i>cmoy</i>	—	—
	s = exp(0,5183 + 0,5156 . log(<i>cmoy</i>))	0,46	0,05

cmoy représente la circonférence moyenne (en cm) et *age*, l'âge du peuplement (en années). R² est le coefficient de détermination et CV_r, le coefficient de variation résiduelle.

141 placettes et de calculer ainsi l'indice e' pour les 2 classifications déjà utilisées au paragraphe précédent (e'_1 pour les classes de 10 cm et e'_2 pour les classes «marchandes»). Les colonnes 3 et 4 du tableau II donnent les valeurs moyennes de ces indices pour les différentes méthodes.

Les analyses de la variance opérées sur ces données démontrent que, quelles que soient les classes de grosseur envisagées, il existe des différences hautement significatives entre les méthodes de prédiction des distributions théoriques. Comme dans le cas de l'estimation des paramètres, la distribution normale ainsi que la distribution de Weibull définie par les moments non centrés ont donné les meilleurs résultats.

La dimension des classes utilisées pour la répartition des tiges influence fort logiquement la valeur de l'indice e' . Si l'on considère l'ensemble des méthodes étudiées, celui-ci diminue de 32,0% à 14,0% dans le cas de l'estimation des paramètres et de 35,6% à 20,3% dans le cas de la prédiction des paramètres, quand on

passé de la classification décimétrique à la classification commerciale plus grossière.

Il est intéressant de noter également que, dans le cas des classes de 10 cm d'amplitude, malgré la faible efficacité des équations de régressions (R² < 0,50), la part de l'imprécision des modèles liée à la phase de prédiction des paramètres est beaucoup moins importante que celle qui découle de la phase d'estimation. Si l'on considère l'ensemble des méthodes, on passe en effet d'un indice e' moyen de 32,0% (pour l'estimation) à 35,6% (pour la prédiction), soit une augmentation de 3,6%. L'augmentation est un peu plus élevée dans le cas des classes «marchandes» pour lesquelles on passe de 14,0% (pour l'estimation) à 20,3% (pour la prédiction) soit une augmentation de 6,3%.

Cette observation nous conduit à penser que la plus grande part de l'imprécision du modèle de répartition des tiges trouve son origine dans l'estimation des paramètres.

La figure 2 qui représente l'évolution de l'indice e'_1 relatif à la phase d'estimation (valeurs moyennes) en fonction de l'effectif

des échantillons confirme cette hypothèse. La précision de l'estimation des paramètres apparaît étroitement liée à l'effectif de l'échantillon contenu dans la placette, quelle que soit la méthode utilisée.

Le modèle mettant en œuvre la distribution normale nécessite la connaissance d'une seule variable qui est la circonférence moyenne. L'utilisation de ce modèle permet une représentation tabulaire simple de la répartition des tiges par classes de grosseur pour différentes valeurs de la circonférence moyenne (tableau IV). En outre, l'utilisation conjointe d'un tarif de cubage à une entrée permet de présenter sous la même forme la répartition du volume par classes de grosseur (tableau V).

EXEMPLE D'UTILISATION DU MODÈLE DE RÉPARTITION DES TIGES PAR CLASSES DE GROSSEURS

L'utilisation d'un modèle de répartition des tiges doit s'envisager en complément d'un modèle plus général, tel qu'une table de production classique. Celle-ci est à même de fournir les informations permettant de définir les paramètres de la distribution théorique utilisée.

Dans l'exemple qui va suivre, nous utiliserons les données relatives à l'inventaire complet d'un peuplement, de manière à comparer les valeurs fournies par les différents modèles aux effectifs réellement observés. Il s'agit d'un peuplement d'épicéa commun dont les caractéristiques sont les suivantes :

- âge : 55 ans;
- surface : 1,92 ha;
- circonférence moyenne : 119 cm;
- nombre de tiges par ha : 380.

Le tableau V contient les effectifs observés et les effectifs estimés par les 4 méthodes présentées auparavant. Les va-

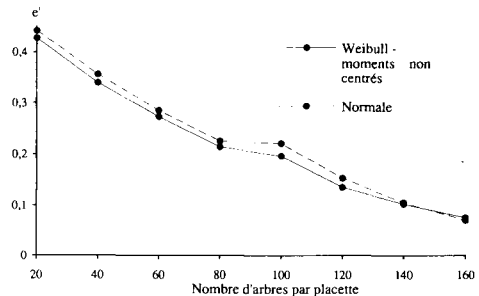


Fig 2. Évolution de l'indice e' relatif à l'estimation des paramètres (valeurs moyennes pour des classes de 10 cm d'amplitude) en fonction de l'effectif des placettes.

leurs de l'indice e' sont également données pour chaque méthode et pour les 2 types de classes de grosseurs. Si l'on considère des classes de 10 cm d'amplitude, les différents modèles de distribution présentent des erreurs de distribution (e'_1) qui vont de 10,6% pour le modèle Weibull – maximum de vraisemblance à 18,2% pour le modèle Weibull – moments pondérés. Le modèle utilisant la distribution normale présente des performances comparables au premier ($e'_1 = 11,6\%$).

CONCLUSIONS

Dans cette étude, nous avons envisagé la construction d'un modèle de répartition des grosseurs d'arbres pour des plantations d'épicéa commun.

Deux types de distributions théoriques ont été testées : la distribution de Weibull dont les paramètres ont été estimés par 3 méthodes différentes (maximum de vraisemblance, moments non centrés et moments pondérés) et la distribution normale.

La qualité des différents modèles testés a été appréciée, tant en phase d'estimation

Tableau IV. Proportion du nombre de tiges (en %) par classes de grosseur en fonction de la circonférence moyenne.

Circonférence moyenne (cm)	Classes de grosseur (cm)																						
	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	155	165	175	185	195	205	215	225	235
40	34	149	313	313	149	34	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	17	87	233	324	233	87	17	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	8	48	158	286	286	158	48	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	4	26	99	224	294	224	99	26	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	2	13	59	161	265	161	59	13	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	1	7	34	108	215	270	215	108	34	7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	0	3	19	69	161	248	248	161	69	19	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75	0	2	10	42	113	207	252	207	113	42	10	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80	0	1	5	25	76	160	233	233	160	76	25	5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
85	0	0	3	14	48	117	200	237	199	117	48	14	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	1	8	30	81	158	222	158	81	30	8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
95	0	0	0	1	4	18	54	119	191	226	191	119	54	18	4	1	0	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	2	11	35	86	156	210	210	156	86	35	11	2	0	0	0	0	0	0	0	0
105	0	0	0	1	6	22	59	120	185	214	185	120	59	22	6	1	0	0	0	0	0	0	0
110	0	0	0	1	3	13	39	89	153	202	202	153	89	39	13	3	1	0	0	0	0	0	0
115	0	0	0	0	2	8	25	63	121	179	204	179	121	63	25	8	2	0	0	0	0	0	0
120	0	0	0	0	1	5	16	43	91	150	194	194	150	91	43	16	5	1	0	0	0	0	0
125	0	0	0	0	1	3	10	29	66	121	173	194	173	121	66	29	10	3	1	0	0	0	0
130	0	0	0	0	0	1	6	19	47	93	148	186	186	148	93	47	19	6	1	0	0	0	0
135	0	0	0	0	0	1	3	12	32	69	121	168	188	168	121	69	32	12	3	1	0	0	0
140	0	0	0	0	0	0	2	7	21	50	95	145	180	180	145	95	50	21	7	2	0	0	0
145	0	0	0	0	0	0	1	4	14	35	72	120	163	182	163	120	72	35	14	4	1	0	0
150	0	0	0	0	0	0	1	3	9	24	53	96	141	173	173	141	96	53	24	9	3	1	0
155	0	0	0	0	0	0	0	2	5	16	38	74	119	159	174	159	119	74	38	16	5	2	0
160	0	0	0	0	0	0	0	1	3	10	26	55	96	140	169	169	140	96	55	26	10	3	1

Valeurs obtenues par l'utilisation d'une distribution normale (équations du tableau III).

Tableau V Proportion du volume bois fort tige (en %) par classes de grosseur en fonction de la circonférence moyenne.

Circonférence moyenne (cm)	Classes de grosseur (cm)																						
	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	155	165	175	185	195	205	215	225	235
40	1	21	166	370	313	111	17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	0	9	90	278	354	205	56	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	4	46	185	329	282	123	28	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	2	23	113	264	313	200	70	14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	1	11	65	190	297	260	130	38	7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0	0	5	36	127	249	286	194	80	20	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	0	0	2	19	79	190	274	243	134	47	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75	0	0	1	10	47	134	236	263	188	88	27	5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80	0	0	0	5	27	89	187	255	228	136	55	15	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	2	15	57	138	224	246	183	93	33	8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	1	8	34	96	183	240	216	137	61	19	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0
95	0	0	0	1	4	20	64	140	214	231	177	97	38	11	2	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	0	2	12	41	101	178	227	206	137	66	23	6	1	0	0	0	0	0	0	0
105	0	0	0	0	1	6	25	70	140	205	220	172	100	43	14	3	1	0	0	0	0	0	0
110	0	0	0	0	1	4	15	47	105	174	214	197	136	70	27	8	2	0	0	0	0	0	0
115	0	0	0	0	0	2	9	30	75	140	196	208	167	102	48	17	5	1	0	0	0	0	0
120	0	0	0	0	0	1	5	19	51	107	169	205	189	135	74	31	10	3	1	0	0	0	0
125	0	0	0	0	0	1	3	11	34	78	139	189	199	163	104	52	20	6	1	0	0	0	0
130	0	0	0	0	0	0	2	7	22	56	108	165	195	183	134	77	35	12	3	1	0	0	0
135	0	0	0	0	0	0	1	4	14	38	81	137	182	191	159	105	55	23	8	2	0	0	0
140	0	0	0	0	0	0	0	2	9	25	59	109	161	189	176	132	79	38	15	5	1	0	0
145	0	0	0	0	0	0	0	1	5	16	41	84	136	176	184	155	105	58	26	9	3	1	0
150	0	0	0	0	0	0	0	1	3	10	28	62	110	157	181	171	130	81	41	17	6	2	0
155	0	0	0	0	0	0	0	0	2	6	19	44	86	134	171	179	151	105	60	28	11	3	1
160	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	12	31	65	110	153	176	166	129	82	43	19	7	2

Valeurs obtenues par l'utilisation d'une distribution normale (équations du tableau III).

Tableau VI. Effectifs observés et estimés pour un peuplement de 1,92 ha âgé de 55 ans.

Classes de grosseurs	Effectifs observés	Effectifs estimés			
		Weibull maximum de vraisemblance	Weibull moments non centrés	Weibull moments pondérés	Normale
55	0	0	1	1	1
65	0	2	7	8	5
75	4	16	21	24	15
85	42	47	44	52	36
95	88	84	75	88	70
105	102	117	105	123	109
115	138	132	124	140	135
125	142	124	124	128	133
135	94	96	102	92	105
145	57	61	69	49	66
155	36	32	37	19	33
165	14	13	15	5	13
175	9	4	5	1	4
185	3	1	1	0	1
e'1		0,106	0,133	0,182	0,116
e'2		0,062	0,064	0,182	0,068

Valeurs de l'indice e' pour les différents modèles de répartition et pour les 2 types de classes de grosseurs (e' , pour les classes de 10 cm d'amplitude et e'_2 pour les classes «marchandes»).

qu'en phase de prédiction à l'aide d'un indice proposé par Reynolds *et al* (1988).

Sur la base des données dont nous disposons (141 placettes de 10 ares), la distribution normale a donné des résultats aussi satisfaisants que la distribution de Weibull, et ce malgré une flexibilité moindre. Pour cette dernière, la méthode d'estimation des paramètres par les moments non centrés s'est révélée être la meilleure.

Du fait de la mise en œuvre plus simple, la distribution normale semble devoir être retenue pour la construction du modèle final.

La phase d'estimation des paramètres constitue la source la plus importante d'imprécision dans la construction d'un modèle de répartition quelle que soit la distribution

théorique retenue. Cette constatation est à mettre en relation avec la liaison étroite que l'on observe entre la précision de cette estimation et le nombre d'individus présents dans les différents échantillons.

La construction des équations de prédiction des paramètres à partir de données «peu précises» explique les coefficients de détermination assez bas que l'on a obtenus.

Semblable étude devrait pouvoir être reconduite en disposant d'échantillons beaucoup plus étoffés (au moins une centaine d'arbres par placette), ce qui permettrait de juger les capacités réelles des 2 types de distribution à représenter les peuplements pour lesquels on aurait une image suffisamment représentative de la structure.

RÉFÉRENCES

- Bailey RL, Dell TR (1973) Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *Forest Sci* 19 (2), 97-104
- Borders BE, Souter RA, Bailey RI, Ware KD (1987) Percentile-based distributions characterize forest stand tables. *Forest Sci* 33 (2), 570-576
- Burk TE, Newberry JD (1984) A simple algorithm for moment-based recovery of Weibull distribution parameters. *Forest Sci* 30 (2), 329-332
- Cao QV, Burkhart HE (1984) A segmented distribution approach for modeling diameter frequency data. *Forest Sci* 30 (1), 129-137
- Dagnelie P (1968) À propos de l'emploi du test de Kolmogorov-Smirnov comme test de normalité. *Biom Praxim* 9(1), 3-13
- Dagnelie P (1975) *Théorie et méthodes statistiques*. Gembloux, Presses Agronomiques, vol 2, 463 p
- Dagnelie P, Palm R, Rondeux J, Thill A (1988) *Tables de production relatives à l'épicéa commun*. Gembloux, Presses Agronomiques, 123 p
- Gérard P (1975) Estimation en valeur des pesées. *Bull Soc Roy For Belg* 82 (4), 189-207
- Greider JM, Dell TR, Reich RM (1990) Theory and derivation for Weibull parameter probability weighted moment estimators. *USDA For Serv Res Pap* SO-260, 19 p
- Houllier F, Bouchon J, Birot Y (1991) Modélisation de la dynamique des peuplements forestiers : états et perspectives. *Rev For Fr* 43 (2), 87-107
- Hyink DM, Moser JW (1983) A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. *Forest Sci* 29 (1), 85-95
- Johnson NL, Kotz S (1970) *Distributions in statistics: continuous univariate distributions*. Houghton Mifflin Co, Boston, vol 2, 306 p
- Knoebel BR, Burkhart HE, Beck DE (1986) A growth and yield model for thinned stands of Yellow-Poplar. *Forest Sci* 32 (2) sup Monograph 27, 62 p
- Laurent C, Rondeux J (1982) Étude comparative de diverses unités d'échantillonnage à surfaces prédéterminées (cas des forêts résineuses équiennes). Document 81-3. Centre de recherche et de promotion forestière, section «Aménagement et Production» (IRSIA), Fac Sci agron, Gembloux, 21 p
- Munro DD (1974) Forest growth models – a prognosis. In: *Growth models for tree and stand simulation*. Research note n° 30, Stockholm, Royal College of Forestry, 373 p
- Rennolls K, Geary DN, Rollinson JD (1985) Characterizing diameter distributions by the use of the Weibull distribution. *For* 58 (1), 57-66
- Reynolds MR, Burk TE, Huang WC (1988) Goodness-of-fit tests and model selection procedures for diameter distributions models. *Forest Sci* 34 (2), 373-399
- Rondeux J (1973) Simulation de l'évolution de peuplements forestiers dans le contexte d'une sylviculture intensive. In: *Growth models for tree and stand simulation*. Research note n° 30, Stockholm, Royal College of Forestry, 373 p
- Zarnoch SJ, Dell TR (1985) An evaluation of percentile and maximum likelihood estimators of Weibull parameters. *Forest Sci* 31 (1), 260-268