

## Tarifs de cubage et fonctions de défilement pour *Eucalyptus saligna* au Cameroun

JN Fonweban<sup>1\*,2</sup>, F Houllier<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup> Département de foresterie, université de Dschang, BP 180, Dschang, Cameroun ;

<sup>2</sup> Laboratoire de recherches en sciences forestières, Unité dynamique des systèmes forestiers  
(associée à l'Inra), Engref, 14, rue Girardet, 54042 Nancy cedex, France

(Reçu le 28 avril 1995 ; accepté le 25 février 1997)

**Summary** — Volume equations and taper functions for *Eucalyptus saligna* in Cameroon. Volume equations, volume-ratio equations and variable-taper functions were constructed for *Eucalyptus saligna* using data collected from 641 trees in six forest reserves in Cameroon. The equations obtained offer several possibilities, viz, the estimation of total tree volume, of tree volume to various merchantability limits, of volume between different heights on a tree bole, of diameter to any height and of height to any given top diameter limit. The equations can also be used to estimate stand volume to different top merchantability limits. The flexibility of this estimation system is of great interest given the multiple uses of the species in Cameroon. For purposes of forest management, these equations will play a vital role, especially in the development of stand growth and yield models.

***Eucalyptus saligna* / volume equation / volume-ratio equation / taper equation / stem form / top merchantability limit**

**Résumé** — Des tarifs de cubage, des équations de rapports de volume et des fonctions de défilement à forme variable ont été construites pour *Eucalyptus saligna* à partir de données de cubage de 641 arbres échantillonnés dans six réserves forestières du Cameroun. Le système d'équations obtenu permet d'estimer : i) le volume total des arbres et le volume jusqu'à une découpe quelconque, ii) le volume entre deux niveaux de l'arbre, et iii) le diamètre à une hauteur donnée ainsi que la hauteur à un diamètre de découpe donné. Il peut aussi être utilisé pour estimer le volume d'un peuplement jusqu'à une découpe quelconque. L'intérêt d'un tel système est sa flexibilité qui est appropriée eu égard aux

---

\* Correspondance et tirés à part

Tél : (237) 45 16 21 ; fax : (237) 45 14 36

\*\* Adresse actuelle : Institut français de Pondichéry, 11, Saint-Louis Street, PB 33, Pondicherry 605001, Inde

multiples utilisations de cette espèce au Cameroun. En matière d'aménagement des ressources forestières, ces équations sont indispensables, notamment pour la construction de modèles de production.

***Eucalyptus saligna* / tarif de cubage / équation de rapport de volumes / fonction de défilement / forme des tiges / découpe**

**INTRODUCTION**

L'estimation du volume des arbres a été, et reste, une préoccupation majeure des forestiers et des dendrométriciens. Au fil des années, les méthodes d'estimation du volume des arbres ont évolué afin de s'adapter à la diversification de la demande en produits forestiers. Après les techniques classiques d'estimation du volume total et du volume bois fort, sont ainsi apparues des techniques plus sophistiquées et plus souples qui donnent des estimations du volume de bois jusqu'à des découpes variées.

Les tarifs de cubage permettent d'estimer le volume des arbres ( $V$ ) en fonction de mesures dendrométriques simples qui sont le plus souvent le diamètre à 1,30 m ( $D$ ) et la hauteur ( $H$ ). Leur forme générale est la suivante :  $V=f(D)$  pour un tarif à une entrée ou  $V=f(D,H)$  pour un tarif à deux entrées (Bouchon, 1974). Ils sont couramment utilisés en aménagement forestier et pour la commercialisation des produits forestiers. Néanmoins, les tarifs usuels ne permettent pas de s'adapter à la demande en produits forestiers de dimensions a priori fixées, en longueur et/ou en diamètre. Il s'est donc avéré nécessaire de développer des méthodes plus flexibles et plus générales.

La construction de tarifs de cubage à des découpes variées est une manière de répondre à ces exigences. Une variante proposée par Burkhart (1977) et Cao et Burkhart (1980) consiste à développer des équations de rapport de volumes (*volume ratio equations*) qui visent à prédire le volume jusqu'à une découpe quelconque à partir du volume total de la tige, de ses dimensions (diamètre ou hauteur) et de la dimension à la

découpe (diamètre ou hauteur). Par exemple, si  $d$  est le diamètre à la découpe et si  $V_d$  est le volume de la tige jusqu'à cette découpe, la forme générale d'une telle équation est :  $V_d=f(V,D,d)$ . Les équations de rapport de volumes peuvent être utilisées pour estimer le volume de billons de dimensions minimales fixées ou pour décomposer le volume d'une tige en assortiment de produits. Elles peuvent aussi être employées afin d'estimer le volume du peuplement jusqu'à différentes découpes (Alder, 1980; Rondeux et al, 1991). Néanmoins, ces modèles ne permettent pas d'estimer directement les dimensions des tiges, par exemple, la hauteur de l'arbre à un diamètre donné ou le diamètre à une hauteur fixée. Ces estimations sont cependant demandées pour certains produits (poteaux, bois de mines, etc) dont les spécifications sont exprimées en termes de dimensions et non en termes de volumes. Dans de tels cas, la description de la forme ou du profil de la tige devient nécessaire.

La connaissance de la forme d'une tige peut être exprimée globalement par un coefficient de forme ( $F$ ) :  $V=FGH$  où  $G$  est la surface terrière de l'arbre. Cette forme peut aussi être exprimée analytiquement par une fonction qui décrit la relation entre le diamètre ( $d$ ) de la tige et le niveau ( $h$ ) le long de la tige :  $d=f(D,H,h)$ . La connaissance d'une telle fonction permet ensuite : i) de caractériser n'importe quelle découpe, c'est-à-dire de prédire le diamètre fin bout d'un billon de longueur fixée ou, par inversion, la longueur d'un billon dont on connaît le diamètre fin bout; ii) d'estimer le volume de n'importe quelle partie de la tige. Ces fonctions sont aussi utiles lorsqu'on cherche à évaluer les effets de certains traitements sylvicoles

(éclaircies, fertilisation, élagage) sur la forme des arbres (Bouillet, 1993 ; Lowell, 1986).

En principe, les fonctions de défilement peuvent remplacer les tarifs de cubage et les équations de rapport de volumes. Dans la pratique, des comparaisons allant des plus simples fonctions de défilement (exemple : Kozak et al, 1969 ; Omerod, 1973) aux plus complexes, telles que les polynômes (exemple : Bruce et al, 1968 ; Goulding et Murray, 1976) et les polynômes segmentés (Max et Burkhart, 1976 ; Demaerschalk et Kozak, 1977), ont révélé un certain nombre d'inconvénients de ces fonctions (Cao et al, 1980 ; Gordon, 1983 ; Martin, 1981 ; Kozak, 1988 ; Newnham, 1991 ; Perez et al, 1990) : l'utilisation en est moins simple puisque le volume doit le plus souvent être obtenu par intégration numérique de la fonction de défilement ; lorsqu'on ne s'intéresse qu'à une seule découpe particulière, un tarif de cubage usuel est souvent un peu plus précis et exact alors que le volume obtenu après intégration est parfois biaisé.

Les fonctions à forme variable (*variable-form taper functions*) (Kozak, 1988 ; Newnham, 1988) sont les innovations les plus récentes dans ce domaine. Cette approche consiste à ajuster une fonction du type :  $d(h) = D \cdot x(h)^{\theta(h)}$  où  $x(h) = (H-h)/(H-1,3)$  et  $\theta(h)$  est un exposant qui varie continûment le long de la tige, de la souche jusqu'à l'apex, et qui rend compte de la forme locale de la tige : néloïdique ( $\theta(h) > 1$ ), conique ( $\theta(h) = 1$ ) ou paraboloidé ( $\theta(h) < 1$ ).

L'objectif de cette étude est de construire des tarifs de cubage, des équations de rapport de volumes et des fonctions de défilement à forme variable pour *Eucalyptus saligna* au Cameroun. Cet ensemble d'équations permettra d'estimer le volume jusqu'à n'importe quel niveau d'utilisation et de prédire la forme des tiges pour cette espèce. Cet objectif est justifié par les multiples utilisations des eucalyptus au Cameroun.

## MATÉRIELS ET MÉTHODES

### Sites échantillonnés et données

#### Échantillon

Des arbres d'âge et de taille variés, couvrant un grand éventail de sites répartis dans six réserves forestières (Fonweban et Houllier, 1995) ont été cubés sur pied avec le relascope de Bitterlich. Au total, 641 arbres ont été échantillonnés. Le tableau I résume les caractéristiques de ces données.

#### Méthode de cubage

Les arbres ont été cubés sur pied par billons jusqu'au niveau où la visibilité du fût n'était plus bonne (avec un relascope de Bitterlich) : le premier billon avait une longueur de 1,20 m entre la souche (0,10 m) et 1,30 m ; les billons suivants avaient une longueur de 2,00 m. Le volume total de l'arbre a été obtenu par sommation du volume des billons : le volume du billon sommital par la formule du cône tandis que le volume des autres billons a été estimé avec la formule de Smalian (Cailliez, 1980).

Pour construire des équations de rapport de volumes, nous avons estimé de la même manière le volume de chaque arbre jusqu'aux différentes découpes puis nous avons calculé le rapport entre ce volume et le volume total. Ces rapports ont alors été mis en relation avec le diamètre et la hauteur de l'arbre par régression non linéaire (procédure NLIN de Sas, 1988).

### Notations

Les notations suivantes sont utilisées :

- $D$  = diamètre à 1,30 m (cm) ;
- $H$  = Hauteur totale de l'arbre (m) ;
- $V$  = Volume total (en  $m^3$ ) ;
- $F$  = coefficient de forme de la tige ;
- $h$  = hauteur le long de la tige (m),  $0 \leq h \leq H$  ;
- $d(h)$  = diamètre de la tige à un niveau  $h$  donné (cm),  $D = d(1,3 \text{ m})$  ;
- $p(h) = H - h$  = distance à l'apex (en m) ;
- $x(h) = p(h) / (H - 1,3)$  = distance relative à l'apex ;
- $y(h) = d(h)/D$  = diamètre relatif à la hauteur  $h$  ;
- $V_d$  = volume jusqu'au diamètre  $d$  (en  $m^3$ ) ;

**Tableau I.** Arbres échantillonnés : statistiques descriptives.

<i>Variable</i>	<i>N</i>	<i>Minimum</i>	<i>Maximum</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Écart type</i>
<b>Baleng (1)</b>					
D (cm)	126	8,00	42,00	21,99	7,73
H (m)	126	18,40	42,80	31,89	5,97
V (m <sup>3</sup> )	126	0,035	1,652	0,384	0,289
F	126	0,186	0,559	0,285	0,067
<b>Baham (2)</b>					
D (cm)	91	9,00	42,50	18,76	8,32
H (m)	91	5,90	29,10	14,70	5,55
V (m <sup>3</sup> )	91	0,026	1,194	0,275	0,314
F	91	0,301	0,906	0,497	0,095
<b>Melap (3)</b>					
D (cm)	140	8,00	54,00	21,20	8,37
H (m)	140	11,00	40,00	22,93	6,41
V (m <sup>3</sup> )	140	0,031	2,326	0,352	0,373
F	140	0,214	0,650	0,347	0,071
<b>Bana (4)</b>					
D (cm)	100	10,50	45,00	20,60	6,85
H (m)	100	8,70	25,90	15,05	3,88
V (m <sup>3</sup> )	100	0,044	1,470	0,292	0,268
F	100	0,339	0,723	0,496	0,068
<b>Bafut-Ngemba (6)</b>					
D (cm)	96	10,00	60,00	25,94	10,11
H (m)	96	15,45	42,16	27,25	6,24
V (m <sup>3</sup> )	96	0,048	2,923	0,625	0,568
F	96	0,241	0,458	0,351	0,051
<b>Bali-Ngemba (7)</b>					
D (cm)	88	8,00	45,00	22,31	7,86
H (m)	88	14,88	41,50	26,20	5,81
V (m <sup>3</sup> )	88	0,043	1,860	0,463	0,398
F	88	0,266	0,575	0,374	0,055

–  $V_h$  = volume jusqu'à une hauteur  $h$  (en m<sup>3</sup>) ;

–  $r_d = V_d/V$  ;

–  $r_h = V_h/V$  ;

–  $\beta_i$  = coefficients (paramètres) à estimer ;

–  $\varepsilon$  = erreur aléatoire.

$$V = \beta_0 + \beta_1 D^2 H + \varepsilon \quad [\text{T1}]$$

$$V = \beta_0 + \beta_1 D^2 + \varepsilon \quad [\text{T2}]$$

$$V = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 D^2 + \varepsilon \quad [\text{T3}]$$

$$V = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 D H + \beta_3 D^2 + \beta_4 H + \beta_5 D^2 H^2 + \varepsilon \quad [\text{T4}]$$

$$V = \beta_0 + \beta_1 D^{\beta_2} H^{\beta_3} + \varepsilon \quad [\text{T5}]$$

$$V = \beta_0 + \beta_1 D^{\beta_2} + \varepsilon \quad [\text{T6}]$$

$$V = \beta_1 D^{\beta_2} H^{\beta_3} + \varepsilon \quad [\text{T7}]$$

$$V = \beta_1 D^{\beta_2} + \varepsilon \quad [\text{T8}]$$

### Tarifs de cubage

### Équations testées

Les équations ajustées sont les suivantes (Spurr, 1952 ; Clutter et al, 1983) :

**Ajustement**

*Sélection de la meilleure équation.*

Les modèles linéaires, [T1] à [T4], et non linéaires, [T5] à [T8], ont été ajustés à l'ensemble des données par régression, linéaire ou non linéaire selon les équations. La qualité d'ajustement a été appréciée au vu de l'analyse graphique des résidus et à partir des critères suivants : la somme des carrés des écarts résiduels (*SCR*), le carré moyen résiduel ( $CMR = SCR / (n - p)$  où  $n$  = nombre d'observations et  $p$  = nombre de paramètres estimés du modèle), l'écart type résiduel ( $ETR = \sqrt{CMR}$ ) et le coefficient de détermination :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}$$

(dans le cas des modèles non linéaires il s'agit en fait d'un pseudo-coefficient de détermination). Sur la base de ces critères, nous avons choisi la meilleure équation que nous avons qualifiée de tarif global (puisque elle a été ajustée sur l'ensemble des réserves).

*Modèle local versus modèle global*

Afin de vérifier si le tarif global peut être appliqué à l'ensemble des réserves, nous avons ensuite ajusté cette équation pour chaque réserve (tarifs locaux) et nous avons comparé les deux ajustements. À cet effet, nous avons utilisé un test F de Fisher : soit *SCR* la somme des carrés des écarts résiduels du modèle global et *dll* le nombre de degrés de liberté correspondant ; soit *SCR<sub>i</sub>* la somme des carrés des écarts résiduels de chaque modèle local (pour la réserve *i*) et *dll<sub>i</sub>* le nombre de degrés de liberté correspondant ; sous les hypothèses de normalité, d'homogénéité de la variance, d'indépendance des erreurs et sous l'hypothèse nulle d'identité des modèles locaux, la statistique :

$$F_{obs} = \left( \frac{SCR - \sum_{i=1}^r SCR_i}{dll - \sum_{i=1}^r dll_i} \right) / \left( \frac{\sum_{i=1}^r SCR_i}{\sum_{i=1}^r dll_i} \right)$$

suit une distribution de Fisher  $F(v_1, v_2)$

où  $v_1 = dll - \sum_{i=1}^r dll_i$  et  $v_2 = \sum_{i=1}^r dll_i$

(Tomassone et al. 1983). Le test qui s'en déduit n'est qu'asymptotique dans le cas d'un modèle non linéaire.

**Équations de rapport de volumes à différentes découpes**

*Équations testées*

Les équations de rapport de volumes s'écrivent :  $r_d = V_d / V = f(d, D)$  où  $r_h = V_h / V = f(h, H)$ . Nous avons ajusté les équations suivantes ([RD1] a été proposée par Burkhart (1977), [RH1] par Cao et Burkhart (1980)) :

$$r_d = 1 + \beta_{1d} \left( \frac{d^{\beta_{2d}}}{D^{\beta_{3d}}} \right) + \varepsilon \tag{RD1}$$

$$r_d = 1 + \beta_{1d} \left( \frac{d}{D} \right)^{\beta_{2d}} + \varepsilon \tag{RD2}$$

$$r_h = 1 + \beta_{1h} \left( \frac{(H-h)^{\beta_{2h}}}{H^{\beta_{3h}}} \right) + \varepsilon \tag{RH1}$$

$$r_h = 1 + \beta_{1h} \left( \frac{H-h}{H} \right)^{\beta_{2h}} + \varepsilon \tag{RH2}$$

**Ajustement**

Ces équations ont été ajustées à l'ensemble des données par régression non linéaire. La qualité d'ajustement a été appréciée grâce aux mêmes critères que pour les tarifs de cubage. Sur la base de ces critères, nous avons choisi la (les) meilleure(s) équation(s) globale(s) ; les équations locales par réserve ont été ensuite ajustées. La comparaison a été effectuée avec le test F de Fisher.

**Profil de la tige : fonctions de défilement**

*Méthode de Newnham (1988) et Kozak (1988)*

La méthode mise au point par Newnham (1988) et Kozak (1988) a été adoptée. Elle est basée sur l'hypothèse que la forme varie continûment le long de la tige et que l'allure de n'importe quel

solide de révolution peut être décrite par l'une ou l'autre des deux fonctions :  $y(h)^{k(x,D,H)} = x(h)$  ou  $y(h) = x(h)^{c(x,D,H)}$  où la valeur des exposants  $k(x,D,H)$  et  $c(x,D,H)$  ( $c(x,D,H) = 1/k(x,D,H)$ ) rend compte de la forme de la tige ; par exemple  $k(x,D,H) = 1$  pour un cône,  $k(x,D,H) = 2$  pour une parabole et  $k(x,D,H) = 2/3$  pour un néloïde. En faisant une transformation logarithmique de ces deux expressions on obtient :

$$k(x,D,H) = \ln(x(h)) / \ln(y(h))$$

$$\text{ou } c(x,D,H) = \ln(y(h)) / \ln(x(h))$$

### Ajustement

Nous avons procédé en deux étapes : i) recherche de modèles préliminaires par l'étude de la variation de l'exposant  $k(x,D,H)$  le long de la tige et d'un arbre à l'autre ; ii) ajustement non linéaire de  $y(h)$ .

Afin de choisir les variables les plus appropriées pour prédire  $k(x,D,H)$ , nous avons d'abord testé diverses variables indépendantes :  $x$ ,  $x^2$ ,  $x^3$ ,  $x^4$ ,  $x^5$ ,  $x^6$ ,  $D/H$ ,  $1/h$ , etc, par la méthode de régression progressive (Meyers, 1986 ; Saporta, 1991). Par exemple, les modèles suivants ont été testés :

$$k(x,D,H) = f(x,D/H, 1/h, x(D/H)^2, x^2(D/H)) \quad [P1]$$

$$\ln k(x,D,H) = f(x,D/H, 1/h, x(D/H)^2, x^2(D/H)) \quad [P2]$$

Avec cette technique, nous avons obtenu plusieurs modèles intermédiaires. En utilisant les mêmes critères que pour les autres analyses de régression nous avons choisi quelques-uns de ces modèles pour la deuxième étape. Nous avons alors utilisé la régression non linéaire : les coefficients des modèles retenus dans l'étape de régression progressive ont été utilisés comme valeurs initiales dans la procédure itérative de minimisation de la somme des carrés des écarts. Les formes non linéaires suivantes ont été utilisées :

$$y(h) = x(h)^{1/k(x,D,H)}$$

pour les modèles de type [P1]

$$y(h) = x(h)^{\exp(k(x,D,H))}$$

pour les modèles de types [P2].

## RÉSULTATS

### Tarifs de cubage

#### Régression non pondérée

Le tableau II donne des résultats d'ajustement de tarifs globaux : les trois qui ont donné les meilleurs résultats sont [T4], [T5] et [T7]. Les valeurs de *CMR* et l'examen graphique des résidus indiquent des résultats très proches pour ces trois tarifs. Cependant, vu leur parcimonie (trois paramètres à estimer pour [T7] et quatre pour [T5] au lieu de six pour [T4]) et compte tenu du fait que trois des six coefficients du tarif [T4] n'étaient pas significativement différents de 0, nous avons provisoirement retenu les tarifs [T5] et [T7].

Nous avons ensuite utilisé ces deux équations pour ajuster les tarifs locaux (par réserve). L'algorithme itératif n'a pas convergé pour le tarif [T5] dans cinq des six réserves considérées (réserves 1, 2, 4, 6 et 7) et a fourni des estimations non significativement différentes de 0 pour l'un des coefficients du modèle. Le tarif [T7], quant à lui, n'a pas posé de problème de convergence. Notons que le tarif [T7] est simplement le tarif [T5] avec  $\beta_0 = 0$ . Nous avons donc finalement retenu le tarif [T7] (tableau III).

Le test de comparaison des tarifs locaux et du tarif global a indiqué que les tarifs locaux sont significativement plus précis que le tarif global (tableau III) :  $F_{obs} = 29,34 > F_{0,05(15,623)} = 1,69$ .

#### Examen des résidus et régression pondérée

Les tarifs obtenus montrent que la variance des volumes augmente avec la taille des arbres (fig 1), ce qui nécessite l'emploi d'une pondération ou d'une transformation de variable visant à rendre la variance homogène (Bouchon, 1974 ; Cunia, 1964). La

**Tableau II.** Tarifs de cubage globaux pour *Eucalyptus saligna* : ajustements.

Tarif	ddl	SCR	ETR (m <sup>3</sup> )	R <sup>2</sup>
<i>Tarifs linéaires</i>				
[T1]	639	7,130	0,106	0,927
[T2]	639	6,584	0,101	0,933
[T3]	638	6,535	0,101	0,934
[T4]	635	5,078	0,089	0,948
<i>Tarifs non linéaires</i>				
[T5]	637	5,081	0,089	0,948
[T6]	638	15,965	0,158	0,838
[T7]	638	5,154	0,090	0,948
[T8]	639	6,772	0,103	0,931

**Tableau III.** Tarif de cubage non pondéré pour *Eucalyptus saligna* (équation [T7]) : comparaison des modèles local et global.

Réserve	ddl	SCR (m <sup>3</sup> )	ETR	$\beta_1 \pm \sigma(\beta_1)$	$\beta_2 \pm \sigma(\beta_2)$	$\beta_3 \pm \sigma(\beta_3)$
1	123	0,5146	0,065	6,539E-5 ± 2,296E-5	2,0298 ± 0,0591	0,6437 ± 0,1155
2	88	0,3395	0,062	2,036E-4 ± 4,607E-5	1,8388 ± 0,0867	0,5897 ± 0,1015
3	137	0,5229	0,062	5,190E-5 ± 1,049E-5	1,8257 ± 0,0568	0,9513 ± 0,0914
4	97	0,1938	0,045	1,119E-4 ± 1,934E-5	1,7032 ± 0,0557	0,9441 ± 0,0892
6	93	0,9439	0,101	4,726E-5 ± 1,419E-5	1,5068 ± 0,0653	1,3298 ± 0,1229
7	85	0,5054	0,077	7,969E-5 ± 2,475E-5	1,7595 ± 0,0769	0,9316 ± 0,1286
Local <sup>a</sup>	623	3,0201	0,070	—	—	—
Global <sup>b</sup>	638	5,1537	0,089	1,694E-4 ± 1,639E-5	2,0146 ± 0,0257	0,4296 ± 0,03177

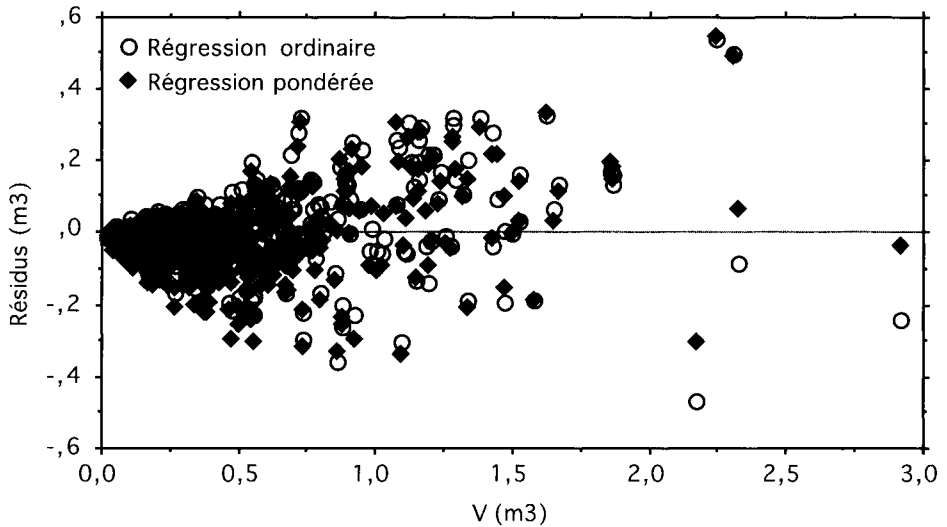
<sup>a</sup> Statistiques obtenues avec le modèle local pour l'ensemble des réserves ; <sup>b</sup> statistiques obtenues avec le modèle global.

méthode de régression pondérée consiste à minimiser la quantité :

$$S = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \hat{y}_i)^2$$

où  $y_i$  est la valeur du volume mesuré,  $\hat{y}_i$  est la valeur du volume estimé par le tarif et  $w_i$  est le poids (coefficient de pondération) (Courbet, 1991).

Pour déterminer la pondération, nous avons regroupé les arbres en 35 classes de telle façon que  $D^2H$  soit sensiblement constant dans chaque classe (Cailliez, 1980), puis nous avons estimé la variance du volume au sein de chacune de ces classes et avons utilisé un modèle de variance de la forme suivante (Chevrou, 1988 ; Clutter et al, 1983) :  $s^2 = \alpha(D^2H)^\beta$  soit  $\text{Log}(s^2) =$



**Fig 1.** Tarif de cubage (modèle [T7]), pondéré et non pondéré : résidus en fonction du volume total pour les six réserves.

$\text{Log}(\alpha) + \beta \text{Log}(D^2H)$ . Nous avons obtenu les résultats suivants :

$$\text{Log}(s^2) = -21.003 + 1.6556 \text{Log}(D^2H)$$

C'est-à-dire que la variance  $s^2$  est proportionnelle à  $(D^2H)^{1,6556}$ . Le poids affecté à l'arbre  $i$  a donc été  $(D^2H)^{-1,6556}$ . Les résultats sont fournis au tableau IV et à la figure 1. Ce sont ces tarifs locaux ajustés par régression pondérée que nous proposons d'utiliser.

### Équations de rapport de volumes

Parmi les équations testées, [RD2] et [RH2] ont donné les meilleurs résultats. De plus, elles ont un paramètre de moins que [RD1] et [RH1]. Les paramètres estimés pour les modèles [RD2] et [RH2] sont donnés dans le tableau V.

Des tests de comparaison entre le modèle local et le modèle global associé ont cepen-

dant indiqué que les modèles globaux décrivent mal la variabilité entre réserves : pour [RD2],  $F_{obs} = 56,43 > F_{0,05(10,2210)} = 1,84$  ; pour [RH2],  $F_{obs} = 234,71 > F_{0,05(10,2210)} = 1,84$ . Là encore, il est donc préférable d'utiliser des modèles locaux.

### Profil des tiges

Après avoir testé un certain nombre de modèles, les formes suivantes ont donné les meilleurs résultats pour l'ensemble des données :

$$y(h) = x(h)^{\beta_0 - \beta_0(1/h)} \quad [\text{PT1}]$$

$$y(h) = x(h)^{\beta_0 - \beta_1 \cdot x^2(D/H) - \beta_2(H/h)} \quad [\text{PT2}]$$

$$y(h) = x(h)^{\beta_0 - \beta_1(D/H)^2(D/H) - \beta_2(H/h)} \quad [\text{PT3}]$$

$$y(h) = x(h)^{\beta_0 - \beta_1 x^4 - \beta_2(D/H)^2 - \beta_3(1/h)} \quad [\text{PT4}]$$

$$y(h) = x(h)^{\beta_0 - \beta_1 x^4 - \beta_2(1/h)} \quad [\text{PT5}]$$



**Tableau IV.** Tarif de cubage pondéré pour *Eucalyptus saligna* (équation [T7]) : comparaison des modèles local et global

Réserve	ddl	SCR <sup>P</sup>	ETRP	$\beta_1 \pm \sigma(\beta_1)$	$\beta_2 \pm \sigma(\beta_2)$	$\beta_3 \pm \sigma(\beta_3)$
				(m <sup>3</sup> )		
1	123	0,6422	0,072	1,095E-4 ± 13,065E-5	1,7662 ± 0,0565	0,7408 ± 0,1093
2	88	0,4275	0,069	8,431E-5 ± 19,701E-6	1,9811 ± 0,0659	0,7243 ± 0,0727
3	137	0,5327	0,062	6,794E-5 ± 1,137E-5	1,8253 ± 0,0705	0,8719 ± 0,0964
4	97	0,2045	0,046	8,267E-5 ± 1,074E-5	1,7381 ± 0,0585	1,0092 ± 0,0698
6	93	1,2220	0,115	3,836E-5 ± 18,009E-6	1,7711 ± 0,0595	1,1210 ± 0,1007
7	85	0,5642	0,081	5,583E-5 ± 71,262E-5	1,9349 ± 0,0709	0,8625 ± 0,1114
Local <sup>a</sup>	623	3,5931	0,076	—	—	—
Global <sup>b</sup>	638	5,3218	0,091	1,201E-4 ± 7,101E-6	2,0749 ± 0,0243	0,4709 ± 0,0222

SCR<sup>P</sup> et ETRP : SCR et ETR pondérés ; <sup>a</sup> statistiques obtenues avec le modèle local pour l'ensemble des réserves ; <sup>b</sup> statistiques obtenues avec le modèle global.

**Tableau V.** Ajustement des équations de rapport de volumes.

Réserve	ddl	SCR	ETR	$\beta_1 \pm \sigma(\beta_1)$	$\beta_2 \pm \sigma(\beta_2)$
Équation [RD2] : $r_d = 1 + \beta_{1d}(d/D)^{\beta_{2d}} + \varepsilon$					
1	404	4,231	0,102	-0,68674 ± 0,00820	1,71457 ± 0,03654
2	192	2,129	0,105	-0,64997 ± 0,01044	2,00431 ± 0,05892
3	178	1,054	0,077	-0,68304 ± 0,00969	2,04587 ± 0,05218
4	334	3,656	0,104	-0,64806 ± 0,00799	2,23789 ± 0,05021
6	632	3,837	0,078	-0,78861 ± 0,00637	2,23941 ± 0,03124
7	470	2,375	0,071	-0,81148 ± 0,00729	2,54661 ± 0,03935
Local	2210	17,283	0,088	—	—
Global	2220	21,684	0,099	-0,70314 ± 0,00347	2,02422 ± 0,01796
Équation [RH2] : $r_h = 1 + \beta_{1h}(p(h)/H)^{\beta_{2h}} + \varepsilon$					
1	404	2,5009	0,079	-0,99187 ± 0,01138	3,91603 ± 0,07394
2	192	0,3159	0,041	-0,99654 ± 0,00761	2,44455 ± 0,03307
3	178	0,1481	0,028	-1,01195 ± 0,00669	3,57789 ± 0,03901
4	334	0,2558	0,028	-1,00924 ± 0,00385	2,32193 ± 0,01609
6	632	0,8752	0,037	-1,01120 ± 0,00493	2,85459 ± 0,02119
7	470	0,5109	0,033	-1,01947 ± 0,00528	2,84702 ± 0,02195
Local	2210	4,6068	0,046	—	—
Global	2220	9,48879	0,066	-0,99747 ± 0,00418	2,93049 ± 0,01989

Seules les formes [PT1] et [PT2] ont convergé pour toutes les réserves prises individuellement (modèle local). Malheureusement ces deux équations n'ont pas fourni

un bon ajustement à tous les niveaux de la tige. Afin d'examiner le comportement du modèle le long de la tige, nous avons, pour chaque modèle ajusté localement, estimé

l'erreur moyenne (biais) aux différents niveaux de mesure. Ceci a été fait en regroupant les données en fonction du niveau de mesure  $j$  (0, 1 m, 3,30 m, 5,30 m, etc.) et en calculant la moyenne des différences entre les diamètres prédits par le modèle ( $d_p$ ) et le diamètre mesuré à ce même niveau sur l'arbre ( $d_o$ ) :

$$B_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} (d_p - d_o)}{n_j}$$

où  $B_j$  est le biais obtenu à partir des  $n_j$  mesures ( $n_j \geq 10$ ) effectuées au niveau  $j$ .

À partir de ces analyses, les modèles suivants ont donné les meilleurs résultats :

Réserve 1 :

$$y(h) = x(h) \exp\{0,3409 + 0,1210/h + 0,1805(D/H)^2\}$$

Réserve 2 :

$$y(h) = x(h) \exp\{-0,4930 + 0,4726x^2(D/H) + 0,004806(H/h)\}$$

Réserve 3 :

$$y(h) = x(h) \exp\{0,2910 - 0,2169x^2(D/H) + 0,004455(H/h)\}$$

Réserve 4 :

$$y(h) = x(h) \exp\{-0,4901 + 0,5274x^4 + 0,05036/h\}$$

Réserve 6 :

$$y(h) = x(h) \exp\{-0,1143 + 0,7563x^4\}$$

Réserve 7 :

$$y(h) = x(h) \exp\{-0,2478 + 0,3093/h + 0,1647(D/H)^2\}$$

Les résultats des ajustements sont présentés au tableau VI. Les biais constatés à chaque niveau de mesure sont présentés au tableau VII : ces biais sont généralement inférieurs à 1 cm aux différents niveaux de la tige. Le biais global (tout niveau confondu) est positif dans toutes les réserves, il indique une légère surestimation du diamètre de l'arbre.

## DISCUSSION ET APPLICATION

Deux systèmes d'équations ont été présentés : i) un tarif de cubage complété d'équations de rapport de volumes pour des découpes variables ; ii) des équations de profil de tiges. Les avantages partagés par ces deux systèmes résident dans leur généralité, leur flexibilité et leur cohérence : à l'intérieur de leur domaine de validité, ils permettent en effet d'estimer le volume de n'importe quel billon d'*Eucalyptus saligna* (de la souche jusqu'à une découpe de diamètre ou de hauteur aussi bien qu'entre deux découpes de diamètre ( $d_1$  et  $d_2$ ) ou de hauteur ( $h_1$  et  $h_2$ )) ; de plus, ces estimations sont additives.

### Tarif de cubage et équations de rapport de volumes

#### Discussion

Le système « tarif de cubage–équations de rapport de volumes » donne la possibilité d'estimer n'importe quel volume intermédiaire sur les arbres. Il peut aussi être employé pour estimer soit le diamètre à une découpe de hauteur donnée, soit la hauteur à une découpe de diamètre donné (Cao et Burkhart, 1980). En effet, si on néglige le terme aléatoire, les équations de rapports,  $r_d(h)$  et  $r_h(d)$ , doivent être égales pour un niveau donné de l'arbre et on obtient une fonction de défilement à forme fixe :

$$d(h) = D \cdot \alpha \cdot \left(\frac{H-h}{H}\right)^\gamma$$

$$\text{où } \alpha = \left(\frac{\beta_{1h}}{\beta_{1d}}\right)^{\gamma/\beta_{2d}} \text{ et } \gamma = \frac{\beta_{2h}}{\beta_{2d}}$$

Pour les équations globales on obtient ainsi :

$$d(h) = 1,189 \cdot D \cdot \left(\frac{H-h}{H}\right)^{1,448}$$

**Tableau VI.** Ajustement des équations de profil de tige à forme variable.

Réserve	ddl	SCR	ETR	$\beta_0 \pm \sigma(\beta_0)$	$\beta_1 \pm \sigma(\beta_1)$	$\beta_2 \pm \sigma(\beta_2)$
1	403	3,1978	0,089	$-0,3409 \pm 0,0311$	$0,1210 \pm 0,0057$	$0,1805 \pm 0,0501$
2	191	1,3138	0,083	$0,4930 \pm 0,0366$	$0,4726 \pm 0,0824$	$0,0048 \pm 0,0006$
3	177	0,7917	0,067	$-0,2910 \pm 0,0311$	$0,2169 \pm 0,0957$	$0,0045 \pm 0,0004$
4	333	1,7681	0,071	$0,4901 \pm 0,0179$	$0,5274 \pm 0,1417$	$0,0504 \pm 0,0205$
6	632	3,0158	0,069	$0,1143 \pm 0,0128$	$0,7563 \pm 0,0584$	—
7	482	2,2368	0,068	$0,2478 \pm 0,0339$	$0,3093 \pm 0,0419$	$0,1647 \pm 0,0353$

**Tableau VII.** Erreur moyenne (en cm) d'estimation du diamètre à différents niveaux de la tige.

Niveau (m)	Baleng (1)	Baham (2)	Melap (3)	Bana (4)	Bafut (6)	Bali (7)
0,1	0,315	0,012	0,186	-0,184	0,270	0,928
1,3 <sup>a</sup>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,3	0,552	0,318	0,552	0,387	-0,537	0,377
5,3	0,416	-0,103	0,429	0,239	-0,494	0,185
7,3	0,788	-0,062	0,368	0,045	-0,340	0,458
9,3	0,209	0,199	-0,398	0,121	0,150	0,417
11,3	0,577	0,145	-0,416	0,152	0,511	0,215
13,3	0,017	0,394	-0,199	-0,430	0,663	0,135
15,3	0,188	-0,282	-0,105		0,668	-0,113
17,3	0,149	1,001	-0,123		0,707	0,349
19,3	-0,181		0,205		0,551	0,317
21,3	0,555				0,546	0,670
23,3	-0,112				0,583	0,573
Moyenne	0,289	0,180	0,049	0,047	0,273	0,376

<sup>a</sup> Les modèles sont conditionnés de telle sorte qu'au niveau 1,30 m le diamètre estimé est égal au diamètre mesuré. Le biais moyen ne tient donc pas en compte l'estimation à 1,30 m.

On obtient réciproquement une fonction qui permet d'estimer la hauteur à une découpe donnée :

$$h = H \left[ 1 - \varphi \left( \frac{d}{D} \right)^\lambda \right]$$

$$\text{où } \varphi = \left( \frac{\beta_{1d}}{\beta_{1h}} \right)^{1/\beta_{2h}} \text{ et } \lambda = \frac{\beta_{2d}}{\beta_{2h}}$$

Ces équations de profil de tige ont cependant divers inconvénients : elles n'ont pas été ajustées directement pour prédire la

forme de la tige ; elles ne sont valables que dans la partie de la grume correspondant au domaine de validité des équations de rapport de volume.

### Application

Afin d'illustrer les possibilités d'utilisation de ce système, nous avons choisi quelques arbres mesurés dans la station de Baleng. Nous avons utilisé les trois équations ajustées pour cette réserve :

$$V = 0,00006539D^{2,030}H^{0,6437} \quad [\text{BAL1}]$$

$$r_d = 1 - 0,6867(d/D)^{1,715}$$

$$\text{ou } V_d = V[1 - 0,6867(d/D)^{1,715}] \quad [\text{BAL2}]$$

$$r_h = 1 - 0,9919(p/H)^{3,916}$$

$$\text{ou } V_h = V[1 - 0,9919(p/H)^{3,916}] \quad [\text{BAL3}]$$

La relation [BAL1] est utilisée pour estimer le volume total, [BAL2] pour estimer le volume jusqu'à n'importe quelle découpe de diamètre et [BAL3] pour estimer le volume jusqu'à n'importe quelle découpe de hauteur.

Le tableau VIII contient les résultats des estimations : le volume total ( $V$ ) ; le volume de la grume jusqu'aux découpes 7 cm (découpe bois fort) et 12 cm ainsi que le volume du billon compris entre ces deux découpes ; le volume de la grume jusqu'à 15 et 30 m de hauteur ainsi que le volume du billon compris entre ces deux niveaux.

## Équations de profil de tige

### Discussion

Les fonctions de défilement à forme variable se différencient des autres équations de défilement par le fait qu'on modélise explicitement la variation de la forme locale le long de la tige. Nos ajustements donnent des estimations du diamètre avec un biais moyen (tous niveaux confondus) inférieur à 0,5 cm aux différents niveaux de la tige. Cet ordre de grandeur est comparable aux valeurs obtenues avec le modèle, voisin, à exposant variable de Kozak (Kozak, 1988, p 1365 ; Perez et al, 1990).

L'inclusion de la variable  $D/H$ , rapport lié à la longueur relative du houppier (*crown ratio*), permet de rendre compte du statut social de l'arbre. L'inclusion de  $1/h$  améliore l'ajustement du modèle au niveau de l'empatement (cf Newnham, 1991).

On constate notamment que l'ajustement au niveau de la souche est en général bon,

alors que c'est surtout cette partie de la tige qui pose des problèmes pour beaucoup de fonctions de défilement existantes. C'est d'ailleurs pour tenir compte de la variation de la forme des tiges au niveau de la souche que l'ajustement de polynômes segmentés avait été introduit (Max et Burkhart, 1976 ; Demaerschalk et Kozak, 1977). Notre étude confirme donc qu'on arrive à ajuster cette partie de la tige aussi bien avec une fonction de défilement à forme variable, qui comporte peu de paramètres, qu'avec les polynômes segmentés ou d'autres polynômes d'ordre très élevé (exemple : modèle de Bruce et al, 1968) qui en comportent beaucoup. De plus, avec une fonction à forme variable, le problème de la recherche des points d'inflexions, qui existe pour les modèles segmentés, ne se pose pas.

Les fonctions de défilement à forme variable présentent néanmoins quelques inconvénients (Kozak, 1988 ; Perez et al, 1990). En théorie, elles permettent d'estimer le volume d'un billon par simple intégration, le volume entre deux niveaux  $h_1$  et  $h_2$  quelconques pouvant être estimé par :

$$V_{h_1 h_2} = \frac{\pi}{4} \int_{h_1}^{h_2} d^2(z) dz$$

Cette intégration pose deux problèmes : i) on néglige le terme aléatoire d'erreur et l'ajustement est réalisé sur le diamètre mais pas sur le volume : une solution à ce problème statistique consisterait à ajuster une équation de défilement de la surface terrière et à employer des modèles d'erreur tenant compte de l'autocorrélation le long de la tige ; ii) l'intégration explicite n'est pas possible pour nos équations ; cet inconvénient numérique existe aussi pour beaucoup d'autres fonctions de défilement (ex : équation de Bruce et al, 1968) et il faut utiliser des méthodes d'approximation (Martin, 1981 ; Kozak, 1988) qui, toutefois, ne posent plus guère de problèmes avec les moyens informatiques modernes.

**Tableau VIII.** Illustration des fonctionnalités du système d'équations pour sept arbres de Baleng : volume jusqu'à différentes découpes de diamètre (d'après [BAL1] et [BAL2]) ; volume jusqu'à différentes découpes en hauteur (d'après [BAL1] et [BAL3]) ; diamètre fin bout pour différentes longueurs de poteaux (d'après [BAL4]).

D (cm)	H (m)	V (m <sup>3</sup> )	V <sub>d7</sub> (m <sup>3</sup> )	V <sub>d12</sub> (m <sup>3</sup> )	V <sub>d7-12</sub> (m <sup>3</sup> )	V <sub>h15</sub> (m <sup>3</sup> )	V <sub>h30</sub> (m <sup>3</sup> )	V <sub>h15-30</sub> (m <sup>3</sup> )	d <sub>7</sub> (cm)	d <sub>9</sub> (cm)	d <sub>11</sub> (cm)	d <sub>14</sub> (cm)
42,0	38,6	1,393	1,349	1,282	0,067	1,192	1,389	0,197	31,5	28,1	24,9	20,5
39,3	42,0	1,278	1,233	1,163	0,069	1,054	1,269	0,215	30,4	27,6	24,9	21,0
36,0	32,3	0,884	0,847	0,792	0,056	0,808	0,884	0,076	25,2	21,9	18,7	14,4
35,0	39,1	0,947	0,906	0,844	0,063	0,806	0,944	0,138	26,6	23,9	21,3	17,7
30,0	36,6	0,649	0,612	0,556	0,056	0,567	0,648	0,081	22,4	20,0	17,7	14,4
23,0	30,0	0,319	0,290	0,247	0,043	0,298	0,319	0,021	16,0	13,8	11,7	8,9
22,5	30,8	0,309	0,281	0,237	0,044	0,309	0,309	0,022	15,8	13,8	11,8	9,0

V<sub>d7</sub> = volume jusqu'à 7 cm de diamètre ; V<sub>d7-12</sub> = volume du billon entre les découpes 7 et 12 cm ; V<sub>h15</sub> = volume jusqu'à 15 m de hauteur ; V<sub>h15-30</sub> = volume du billon entre 15 et 30 m de hauteur ; d<sub>7</sub> = diamètre de tige à une hauteur de 7 m, etc.

### Application

Ces équations peuvent être utilisées lorsqu'on s'intéresse à des produits de dimensions fixées (cas des poteaux ou des bois de mine). Pour les mêmes arbres que précédemment, nous avons ainsi estimé les diamètres à 7, 9, 11 et 14 m de haut (tableau VIII). Ces hauteurs correspondent aux longueurs des poteaux selon le classement d'une société d'imprégnation du Cameroun. La fonction de défilement utilisée est (réserve de Baleng) :

$$d = D \left( \frac{H-h}{H-1,30} \right)^{\exp(0,3409 - 0,1210/h - 0,1805(D/H)^2)}$$

[BAL4]

La figure 2 illustre la possibilité de prédire le profil des tiges avec une fonction de défilement. La fonction utilisée est (réserve de Bana (4)) :

$$d = D \left( \frac{H-h}{H-1,30} \right)^{\exp(-0,4900517 - 0,52743555e^{-4} - 0,0503588/h)}$$

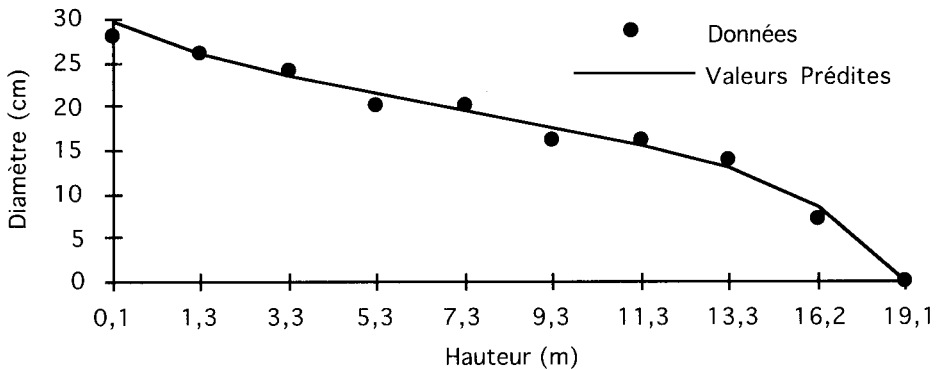
[BANA]

### CONCLUSION

Les systèmes d'équations que nous avons développés permettent de répondre à diverses exigences des utilisateurs de produits d'*Eucalyptus saligna*. Qu'il s'agisse de la demande en termes volumétriques (volumes jusqu'à différentes découpes) ou par assortiments (poteaux de diamètres limites différents), les exemples donnés illustrent ces possibilités. En matière d'aménagement des ressources forestières, ces équations sont donc très importantes. Elles vont servir ultérieurement dans la construction des tarifs de peuplement nécessaires pour l'élaboration d'un modèle de production.

### REMERCIEMENTS

Le cubage des arbres utilisés dans cette étude a été partiellement réalisée grâce à la participation d'élèves-ingénieurs au département de foresterie (université de Dschang) dans le cadre de leur stage de fin d'étude. L'Office national de développement des forêts (Onadef) nous a permis de cuber les arbres dans ses peuplements. Nous avons bénéficié de l'aide financière (une bourse



**Fig 2.** Profil d'une tige d'*Eucalyptus saligna* dans la réserve de Bana ( $D = 26$  cm,  $H = 19,1$  m) : comparaison entre observations et prédictions (modèle [BAN1]).

Fac) du gouvernement français dans, le cadre de la coopération Engref-Depfor (université de Dschang, Cameroun) et des suggestions judicieuses de deux lecteurs anonymes.

## RÉFÉRENCES

- Alder D (1980) *Estimation des volumes et accroissement des peuplements forestiers. Vol.2. Étude et prévision de la production.* FAO, Rome, Étude FAO-Forêts 22/2, 229 p
- Bouchon J (1974) *Les tarifs de cubage.* Engref, Nancy, 57 p + annexes
- Bouillet JP (1993) Influence des éclaircies sur la forme du tronc : anisotropie radiale et profil en long de *Pinus kesiya* dans la région du Mangoro (Madagascar). Thèse de doctorat, Engref, Nancy, 247 p + annexes
- Bruce CE, Curtis RO, Vancoevering C (1968) Development of a system of taper and volume tables for red alder. *For Sci* 14, 339-350
- Burkhart HE (1977) Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. *South J Appl For*, 1, 7-9
- Cao QV, Burkhart HE (1980) Cubic-foot volume of loblolly pine to any height limit. *South J Appl For*, 4, 166-168
- Cao QV, Burkhart HE, Max TA (1980) Evaluation of two methods for cubic-volume prediction for loblolly pine to any merchantable limit. *For Sci*, 26, 71-80
- Cailliez F (1980) *Estimation des volumes et accroissements forestiers. Vol. 1. Estimation des volumes.* FAO, Rome, Étude FAO-Forêts 22/1, 98 p
- Chevrou RB (1988) Construction et utilisation de tarifs de cubage. *Rev For Franç*, 40, 69-86
- Clutter JC, Fortson JC, Pienaar LV, Brister GA, Bailey RL (1983) *Timber management. A quantitative approach.* John Wiley and Son, New York, 333 p
- Courbet F (1991) Tarif de cubage à deux entrées pour le cèdre de l'Atlas (*Cedrus atlantica* Manetti) en France. *Rev For Franç* 42, 215-226
- Cunia T (1964) Weighted least squares method and construction of volume tables. *For Sci* 10, 180-191
- Demaerschalk JP (1971) Taper equations can be converted to volume equations and point sampling factors. *For Chron*, 47, 352-354
- Demaerschalk JP, Kozak A (1977) The whole-bole system: a conditioned dual-equation system for precise prediction of tree profiles. *Can J For Res* 7, 488-497
- Fonweban JN, Houllier F (1995) Modèle de croissance en hauteur à partir de placettes temporaires pour *Eucalyptus saligna* au Cameroun. *Ann Sci For* 52, 263-281
- Gordon A (1983) Comparison of compatible polynomial taper equations *N Z J For Sci* 13, 146-155
- Goulding CJ, Murray JC (1976) Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. *N Z J For Sci* 5, 313-322
- Houllier F (1994) *Introduction à la régression non linéaire.* Engref, Nancy, support de cours, 37 p
- Kozak A (1988). A variable-exponent taper equation. *Can J For Res* 18, 1363-1368
- Kozak A, Munro DD, Smith JHG (1969) Taper functions and their application in forest inventory. *For Chron* 45, 278-283
- Lowell KE (1986) A flexible polynomial taper equation and its suitability for estimating stem profiles and

- volumes of fertilized and unfertilized Radiata pine trees. *Aust For Res* 16, 165-174
- Martin AJ (1981) *Taper and volume equations for selected Appalachian hardwood species*. USDA For Serv, Research Paper NE-490, 22 p
- Max TA, Burkhart HE (1976) Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For Sci* 22, 283-289
- Meyers R.H. (1986) *Classical and Modern Regression with Applications*. Duxbury Press, Boston, 359 p
- Newnham RM (1988) *A variable-form taper function*. MA Petawawa National Forest Institute, Canada, Inf Rep PI-X-83
- Newnham RM (1991) *Mesure du défilement de forme variable*. Institut forestier national de Petawawa, Canada, rapport d'information PI-X-83F, 31 p
- Omerod DW (1973) A simple bole model. *For Chron* 49, 136-138
- Perez DN, Burkhart HE, Stiff CT (1990) A variable-form taper function for *Pinus oocarpa* Schiede in central Honduras. *For Sci* 36, 186-191
- Rondeux J, Laurent C, Lejeune P (1991) Tarifs de cubage peuplement pour le douglas (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb) Franco) en moyenne et haute Belgique. *Rev For Franç* 42, 507-513
- Saporta G (1991) *Probabilité, analyse des données et statistique*. Éditions Technip, Paris, 493 p
- Sas (1988) *SAS/STAT User's Guide*. Sas Institute, Cary, 1028 p
- Spurr SH (1952) *Forest Inventory*. Ronald Press, New York, 476 p
- Tomassone R, Lesquoy E, Millier C (1983) *La régression, nouveaux regards sur une ancienne méthode statistique*. Masson, Paris, 180 p